

TESTES DE ADERÊNCIA APLICADOS NO AJUSTAMENTO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL ÀS NOTAS MÉDIAS DE DUAS TURMAS

Igor Silveira Elesbão¹

Gilberto Rodrigues Liska²

Resumo:

O estudo com notas de disciplinas, nos cursos de graduação, é cada vez mais utilizado por docentes para melhoria no aprendizado dos alunos, normalmente com projetos de monitoria como auxílio. Para realização destes estudos, utiliza-se da inferência estatística para que seja possível fazer chegar à conclusões para uma população de alunos utilizando-se de amostras. A comparação de notas médias pode ser feita, pela teoria de testes de hipóteses. Nesse caso, uma distribuição de probabilidade deve ser associada à notas médias. As inferências para parâmetros importantes como a médias de uma população tem como requisito que a amostra tenha uma distribuição Normal. O teste de Kolmogorov-Smirnov destina-se a verificar se uma amostra pode ser considerada proveniente de uma população com uma certa distribuição. O teste é indicado para distribuições contínuas e, da mesma maneira, o teste Qui-quadrado também pode ser utilizado e apresenta o diferencial de poder ser aplicado em situações em que a variável em análise é separada em categorias. Dessa maneira, o presente trabalho tem como objetivo utilizar e comparar os testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado a fim de viabilizar a realização de métodos de inferência estatística, que tenham como pressuposto a distribuição Normal, na análise de notas médias de alunos em duas turmas da disciplina "Estatística e Probabilidade" no Curso de Engenharia de Agrimensura com e sem monitoria. Para complemento dos testes de aderência mencionados, foi construído o gráfico quantil-quantil (QQplot), formado por quantis da distribuição Normal e da amostra. Nesse gráfico, o intervalo de confiança de 95% foi construído por simulação Monte Carlo e através deste e dos resultados dos testes, obteve-se que Ambos os testes foram favoráveis quanto à normalidade de dados e, os pontos do gráfico QQplot ficaram dentro do intervalo de 95% de confiança, confirmando assim que os dados das notas das duas turmas de "Estatística e Probabilidade" provém de uma distribuição Normal.

Palavras-chave: Testes de Aderência, Kolmogorov-Smirnov, Qui-Quadrado, QQplot, Teste de Ajustamento

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

**TESTES DE ADERÊNCIA APLICADOS NO AJUSTAMENTO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL ÀS
NOTAS MÉDIAS DE DUAS TURMAS**

¹ Aluno de graduação. igor.silveira2013@gmail.com. Autor principal

² Docente. gilbertoliska@unipampa.edu.br. Orientador

Anais do 9º SALÃO INTERNACIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO - SIEPE
Universidade Federal do Pampa | Santana do Livramento, 21 a 23 de novembro de 2017



TESTES DE ADERÊNCIA APLICADOS NO AJUSTAMENTO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL ÀS NOTAS MÉDIAS DE DUAS TURMAS

1. INTRODUÇÃO

O estudo com notas de disciplinas, nos cursos de graduação, está cada vez mais sendo utilizado por professores para melhoria no desempenho de alunos, normalmente com projetos de monitoria como auxílio. Para estes estudos, utiliza-se da inferência estatística para que seja possível fazer conclusões para uma população de alunos utilizando-se de uma amostra dos mesmos.

A comparação de notas médias de duas turmas pode ser feita, em termos probabilísticos, pela teoria de testes de hipóteses. Nesse caso, uma distribuição de probabilidade deve ser associada às notas médias dos alunos. Conforme Magalhães e Lima (2004), as inferências para parâmetros importantes como a médias de uma população tem como pressuposto que a amostra seja proveniente de uma distribuição Normal.

O teste de Kolmogorov-Smirnov destina-se a verificar se uma amostra pode ser considerada proveniente de uma população com uma certa distribuição. O teste é indicado para distribuições contínuas (SIEGEL, 1956). Da mesma forma, o teste Qui-quadrado também pode ser utilizado e apresenta o diferencial de ser aplicado em situações em que a variável em análise é categórica (SOUZA et al, 2013).

Dado o exposto, o presente trabalho tem como objetivo utilizar e comparar os dois testes de aderência a fim de viabilizar a realização de métodos de inferência estatística, que tenham como pressuposto a distribuição Normal, na análise de notas médias de alunos em duas turmas da disciplina “Estatística e Probabilidade” no Curso de Engenharia de Agrimensura com e sem monitoria.

2. METODOLOGIA

Para o referido trabalho foram utilizadas as notas médias dos alunos de duas turmas da disciplina de “Estatística e Probabilidade” do curso de Engenharia de Agrimensura da Universidade Federal do Pampa campus Itaqui.

O conjunto de dados compreende as médias de duas turmas, sendo uma delas do segundo semestre de 2016 e a outra do primeiro semestre de 2017, tendo a turma do primeiro semestre de 2017 a disponibilidade de monitoria, diferente da turma do segundo semestre de 2016. Monitoria esta que foi prestada tanto em aula, quanto em horário extraclasse, para que os alunos pudessem sanar suas dúvidas com o auxílio da monitoria.

A fim de viabilizar recursos de inferência estatística clássica, como por exemplo a obtenção de intervalos de confiança para média(s) e testes de hipóteses, a verificação da normalidade para as notas médias dos alunos foi feita pelos testes de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Qui-Quadrado (χ^2). Ambos testes utilizam-se das hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: A \text{ amostra é proveniente de uma distribuição Normal} \\ H_1: A \text{ amostra não é proveniente de uma distribuição Normal} \end{cases}$$

O teste K-S avalia a proximidade da distribuição acumulada da amostra ($S(x)$) com a distribuição acumulada da distribuição Normal($F_0(x)$). Assim, a estatística do teste (D) é dada por

$$D = \max|S(x) - F_0(x)|. \quad (1)$$

Os valores críticos da estatística de teste são obtidos pela tabela de K-S. Dessa forma, se D for maior que o valor crítico tabela com α nível de significância, rejeita-se a hipótese H_0 . Alternativamente, se o p valor do teste for superior a nível de significância α , rejeita H_0 .

O teste Qui-Quadrado foi realizado segundo a fórmula proposta por Karl Pearson,

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (o_i - e_i)^2}{e_i}, \quad (2)$$

em que n é o tamanho da amostra e χ^2 a estatística de teste. As frequências observadas foram obtidas diretamente das amostras, enquanto que as frequências esperadas são calculadas através da distribuição de frequências para cada classe das notas médias dos alunos das duas turmas. Após calculadas as frequências esperadas, pode-se então obter χ^2 e compará-la ao valor crítico da tabela com os quantis teóricos da distribuição qui-quadrado. Assim, por esse teste, rejeita-se H_0 se χ^2 for superior ao valor crítico tabelado com α nível de significância.

Para complementar os testes de aderência mencionados, foi construído o gráfico quantil-quantil (QQplot), formado pelos quantis da distribuição Normal e da amostra. Adicionalmente a esse gráfico, o intervalo de confiança de 95% foi construído por simulação Monte Carlo e a hipótese de normalidade é aceita se os pontos estiverem contidos no intervalo (ROBERT et al, 2010).

Finalizando a metodologia proposta, todos os gráficos e testes de hipóteses foram efetuados no programa R (R CORE TEAM, 2017), por meio dos pacotes estatísticos Quality Tols (ROTH THOMAS, 2016) e fbasics (RMETRICS CORE TEAM, 2014).

3. RESULTADOS e DISCUSSÃO

Para a verificação da normalidade, foram obtidas medidas descritivas, que auxiliam na comparação dos conjuntos de dados, como mostra a tabela abaixo.

Tabela 1: Medidas descritivas das notas das duas turmas de Estatística e Probabilidade.

2º Semestre de 2016 (sem monitoria)								1º Semestre de 2017 (com monitoria)							
X	S	Med.	S ²	Q _{0,25}	Q _{0,75}	CV	A	X	S	Med.	S ²	Q _{0,25}	Q _{0,75}	CV	A
3,46	2,23	2,95	4,97	1,51	5,75	64%	7,3	5,28	2,34	6,08	5,5	3,05	7,20	44%	7,31

Nota-se que em geral, as notas da turma com auxílio da monitoria, foram maiores que da turma anterior, mas sua amplitude foi aproximadamente a mesma, inferindo que houve uma melhora.

Tabela 2: Frequências das notas das duas turmas de Estatística e Probabilidade.

	2º semestre de 2016 (sem auxílio de monitoria)			1º semestre de 2017 (com auxílio de monitoria)		
Classes	F	fr	Fr	f	fr	Fr
[0;2)	9	0,321	0,321	6	0,194	0,194
[2;4)	8	0,286	0,607	3	0,097	0,290
[4;6)	6	0,214	0,821	6	0,194	0,484
[6;8)	5	0,179	1,000	13	0,419	0,903
[8;10)	-	-	-	3	0,097	1,000
Totais	28	1		31	1	

Na primeira turma mais de 50% dos alunos tinham nota média entre 2 e 4 pontos, enquanto na segunda turma mais de 50% dos alunos tiveram notas médias entre 6 e 10 pontos. Na turma de 2016, sem o auxílio da monitoria não haviam notas maiores ou iguais a 8 pontos, o que mudou na turma de 2017.

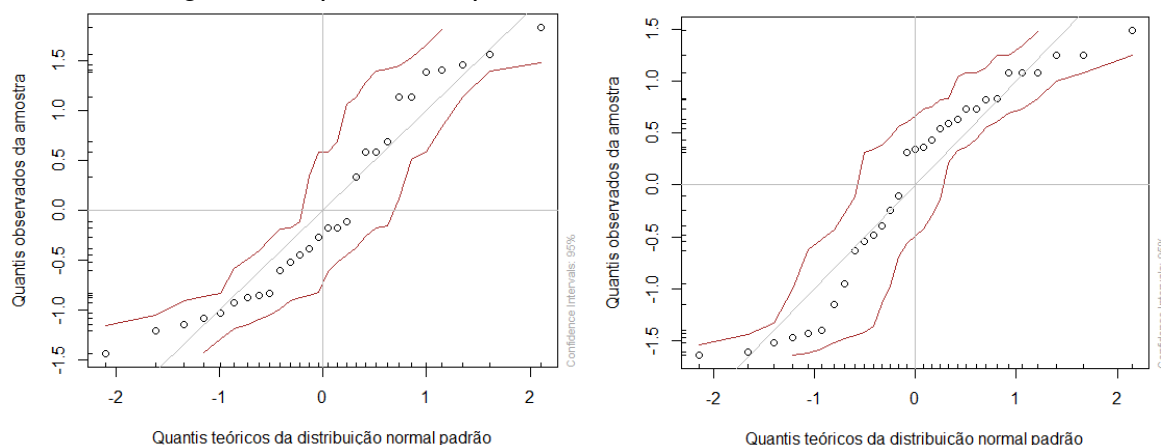


Figura 1. Gráficos Quantil-Quantil das notas das turmas de Estatística e Probabilidade 2016/2 e 2017/1 sem e com auxílio da monitoria respectivamente.

O gráfico Quantil-Quantil facilita a verificação da normalidade dos conjuntos de dados. Observa-se que com 95% de confiança, os dois conjuntos de dados se ajustam à distribuição normal, pois seus dados estão dentro do envelope de confiança de 95%.

Tabela 3: Frequências Esperadas e Observadas das notas das duas turmas de Estatística e Probabilidade.

	2º semestre de 2016 (sem auxílio de monitoria)					1º semestre de 2017 (com auxílio de monitoria)				
Classes	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Freq. Obs.	9	8	6	5	0	6	3	6	13	3
Freq. Esp.	6	10	8	3	1	2	4	8	11	6

Segundo a Tabela 3, pode-se verificar que as maiores Frequências Esperadas que antes ficavam entre 0 e 6 pontos, passaram a ser entre 4 e 10 pontos gerando assim o gráfico de frequências do teste Qui-Quadrado a seguir.

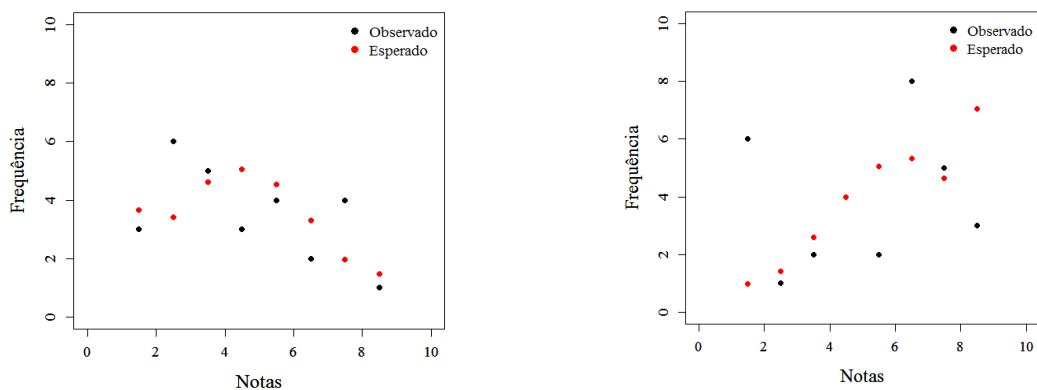


Figura 2. Gráficos das frequências observadas e esperadas pelo teste Qui-quadrado das notas das turma de Estatística e Probabilidade 2016/2 e 2017/1 sem e com auxílio da monitoria respectivamente.

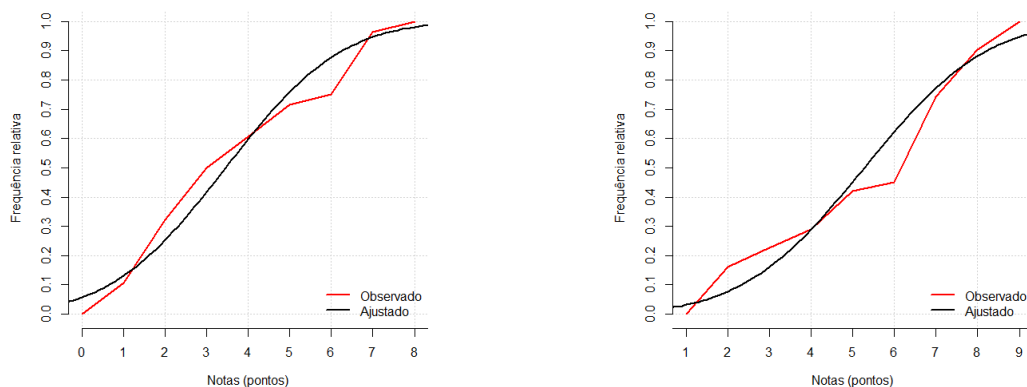


Figura 3. Gráficos das frequências observadas e esperadas pelo teste K-S das notas das turma de Estatística e Probabilidade 2016/2 e 2017/1 sem e com auxílio da monitoria respectivamente.

Com teste de Kolmogorov-Smirnov das notas da primeira turma, pode-se afirmar que as mesmas são provenientes de uma distribuição Normal (p valor = 0,5211), considerando 5% de nível de significância. Resultado análogo para a segunda turma (p valor = 0,3211). Já com o teste Qui-Quadrado os p -valores da turma 2016/2 e 2017/1 foram respectivamente, 0,5629 e 0,0731, ambos aceitando a hipótese H_0 , por serem maior que o nível de significância

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na verificação normalidade das variáveis, os gráficos QQ Plot corroboram os testes de aderência. Ambos os testes foram favoráveis quanto à normalidade de dados. Portanto, métodos estatísticos clássicos baseados em inferência para as médias das notas dos alunos das turmas da Engenharia de Agrimensura que tiveram, ou não, auxílio da monitoria, podem ser realizados considerando a distribuição Normal. Vale ressaltar que na comparação dos testes, levou-se em consideração apenas o conjunto de dados do presente estudo. Nesse sentido, outros estudos devem ser feitos para que sejam avaliados as situações em que cada teste apresente melhores resultados em termos de poder e minimização dos erros tipo I e tipo II.

4. REFERÊNCIAS

MAGALHÃES M. N.; LIMA A. C. P. Noções de Probabilidade e Estatística, 6.ed. Edusp, 2004. 400p.

R Development Core Team (2007). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, [acesso em 07 de set 2017]. Disponível em: <http://www.R-project.org>.

ROBERT, C. P._ CASELLA, G. Introducing Monte Carlos Methods with R., 1.ed. Springer-Verlag, 2010. 283p.

RMETRICS CORE TEAM (2014), Rmetrics - Markets and Basic Statistics. [acesso em 13 de set 2017] Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/fBasics/fBasics.pdf>

ROTH, THOMAS (2016). Statistical Methods for Quality Science. [acesso em 13 de set 2017] Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/qualityTools/qualityTools.pdf>

SIEGEL, SIDNEY. Nonparametric Statistics: For The Behavioral Sciences, 1.ed. DA Information Services, 1956. 312p.

SOUZA, D. N.; SUDART, T. M. C.; NETO, I. E. L.; Erro Tipo I E “Poder” De Testes De Aderência Para Postos Pluviométricos No Ceará. Revista Ciência & Engenharia, v. 22, n. 1, p. 57 – 67, jan. – jun. 2013.