

APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON RESOLVIDO POR MÉTODOS NUMÉRICOS E SOLUÇÃO ANALÍTICA

Camila Geisler Bispar¹

Leandro Blass²

Resumo:

A engenharia busca solucionar problemas de diferentes aspectos, proporcionando desta forma uma maior qualidade de vida. Porém, muitos desses problemas exigem métodos mais específicos para resolvê-los, e com isso, uma das possibilidades para resolver estes problemas, são os métodos de Equações Diferenciais Ordinárias ou Parciais, o que nos leva a uma solução analítica. No entanto, a solução analítica nem sempre é a melhor solução, e para auxiliar nisso, entram os métodos numéricos, que atualmente, são extremamente difundidos na engenharia e utilizam de técnicas numéricas para soluções destes problemas. O presente trabalho traz um problema a ser solucionado por dois métodos numéricos, sendo eles Método de Euler e Euler Melhorado, para então serem comparados com a solução analítica, a fim de se verificar qual apresenta uma melhor performance diante do problema proposto, bem como verificar as competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de certas disciplinas, neste caso sendo Equações Diferenciais e Cálculo Numérico. A solução analítica foi realizada através do método de separação de variáveis, já a aplicação numérica, através dos métodos de Euler e Euler Melhorado. As soluções encontradas foram aplicadas no software Scilab, a fim de explorar com maior precisão os métodos. Após a aplicação, pode-se concluir que os métodos numéricos dependendo da situação na qual são expostos, apresentam resultados muito eficazes e em alguns casos, melhores que as soluções analíticas. Com esse tipo de aplicação, é possível ter um melhor aprendizado das disciplinas abordadas, pois propicia o aprendizado de linguagens de programação e validação de códigos, bem como proporciona melhor entendimento do conteúdo, instigando os alunos a estudarem essas componentes curriculares e consequentemente desenvolverem pesquisas e estudos futuros, podendo utilizá-los em diferentes situações do seu dia a dia.

Palavras-chave: Engenharia; Métodos Numéricos; Lei de Resfriamento.

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON RESOLVIDO POR MÉTODOS NUMÉRICOS E SOLUÇÃO ANALÍTICA

¹ Aluno de graduação. camilageislerb@gmail.com. Autor principal

² Docente. leandroblass@unipampa.edu.br. Orientador



APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON RESOLVIDO POR MÉTODOS NUMÉRICOS E SOLUÇÃO ANALÍTICA

1. INTRODUÇÃO

Sabe-se que a engenharia existe basicamente para solucionar problemas dos mais diversos e proporcionar uma melhor qualidade de vida. Problemas estes que na maioria dos casos são muito elaborados e exigem métodos mais específicos para serem resolvidos. Seguidamente esses problemas podem usar da modelagem para representá-los e assim muitas vezes recaem em Equações Diferenciais (EDs), sendo estas ordinárias (EDOs) ou parciais (EDPs), o que acaba levando a uma solução analítica ou numérica. A solução analítica nem sempre é o melhor método a ser utilizado, pois pode resultar em uma solução não viável, ou não eficiente para o momento e para individualizar uma solução, tem-se que impor condições suplementares.

Por isso existem os métodos numéricos, que atualmente são extremamente difundidos na engenharia e utilizam de técnicas numéricas para a solução desses problemas mais complexos, resultando em operações mais rápidas e com a mesma eficácia, pois a facilidade na utilização dos mesmos e a qualidade nos resultados encontrados tem sido um fator de extrema importância para sua maior utilização, juntamente com sua rapidez e com a redução do custo. (FRANCO, 2011).

No ensino superior, as soluções analíticas, mesmo em problemas simples, servem como base para o entendimento do comportamento do sistema de equações, já os métodos numéricos são muito utilizados para agilizar as resoluções, juntamente com aplicações e utilizações de softwares, proporcionando um melhor entendimento aos alunos, além de se modernizar, tornando mais simples os algoritmos utilizados e conseqüentemente os códigos. (SANTOS, 2010).

Com o propósito de auxiliar no ensino e proporcionar um melhor entendimento dos conteúdos relacionados a soluções analíticas e numéricas, nos quais envolvem Equações Diferenciais e Cálculo Numérico, propõe-se o seguinte problema.

Um assado pesando 3,0kgf, inicialmente a 10°C, é posto em um forno a 180°C as 18h. Decorridos 75min, a temperatura $T(t)$ do assado é de 90°C. Quando a temperatura do assado será igual a 150°C? Quando o assado atingir 150°C, será retirado do forno, tendo a temperatura do ambiente em 21°C. Decorridos 15min, sua temperatura cai para 80°C. Quando o assado atingirá a temperatura de 25°C?

Desta forma, visa-se explorar a Lei de Resfriamento de Newton, sendo essa uma equação diferencial de 1º ordem, dada pela equação (1):

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{ambiente}}) \quad (1)$$

onde, $T(t)$ é a temperatura do corpo no instante t , T_{ambiente} é a temperatura constante do meio ambiente, $T - T_m$ é a diferença de temperatura e k é uma constante de proporcionalidade. Os resultados serão verificados através das soluções analítica e

numérica, a fim de se averiguar o quão próximo da solução analítica, a solução numérica pode chegar.

Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva (FILHO; RIBEIRO, 2009).

2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada deu-se por meio do conhecimento das ementas de Cálculo Numérico e Equações Diferenciais, e desenvolvimento de técnicas numéricas através do *Software Scilab*. A solução analítica exata foi realizada através do método de separação de variáveis e por meio da solução numérica, sendo esta realizada pelos métodos de Euler e Euler Melhorado. As soluções são aplicadas no *software* a fim de explorar com maior precisão os dois métodos para que os alunos tenham um melhor entendimento das diferenças entre os mesmos, facilitando o aprimoramento do seu conhecimento. Os dados obtidos através da solução numérica foram verificados através de um código desenvolvido e compilado no *Software Scilab*.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No *software*, testaram-se diferentes intervalos para verificar a precisão dos métodos de Euler e Euler Melhorado, para comparar com a solução analítica. As soluções estão representadas nas Figuras 1, 2, 3 e 4.

Na Figura 1, utilizou-se um passo de tamanho $n=5$ para verificar a precisão dos métodos. Com o resultado obtido, pode-se observar que, o Método de Euler está bem afastado da solução analítica, não podendo ter confiança sobre os seus resultados, já o método de Euler Melhorado, mesmo com um passo grande e não podendo se verificar com total precisão seus resultados, ele se mostra mais próximo da solução analítica.

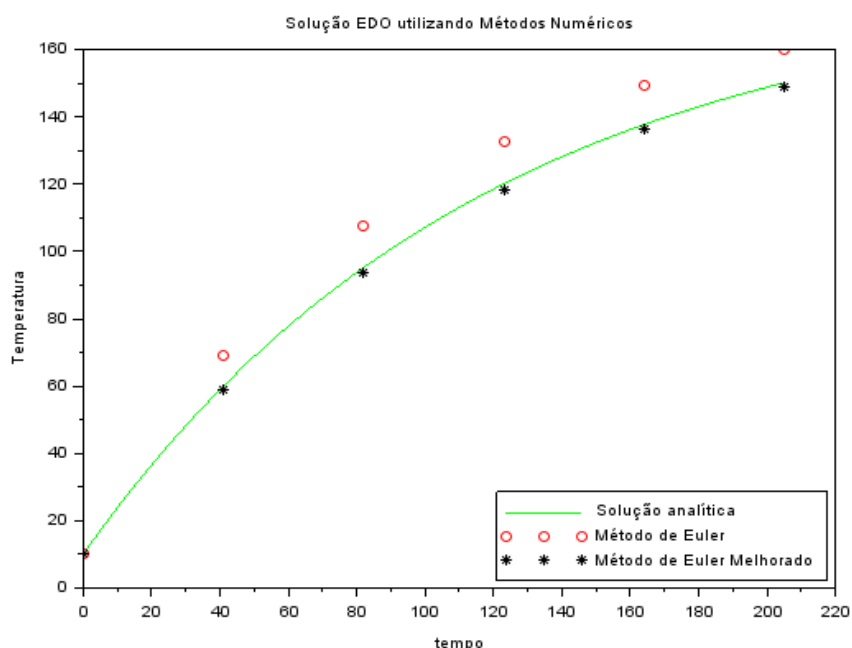


Figura 1. Resultado do problema da solução analítica e numérica com passo ($n=5$) desenvolvido pela autora (2017).

Na Figura 2 é possível observar que com o passo de $n=5$, a solução numérica não se aproxima da solução analítica, pois alcança um resultado de 148.72714 e a solução analítica é de 150. O que mostra que com um passo tão afastado, o método não consegue ser tão eficiente e pode causar uma discrepância relativamente grande nos resultados obtidos.

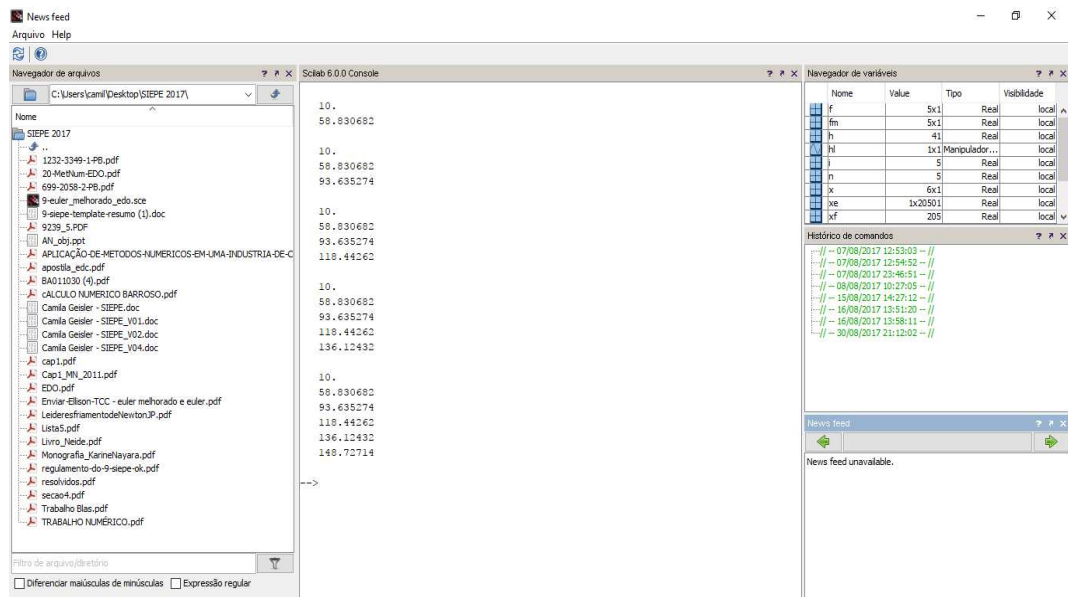


Figura 2. Interface do software Scilab com resultado da solução analítica e numérica com passo ($n=5$) desenvolvido pela autora (2017).

Na Figura 3, utilizou-se o passo de tamanho $n=50$, e com isso, pode-se perceber que a precisão para ambos os métodos aumentaram de forma significativa. Através do gráfico, é possível observar que o Método de Euler se aproximou de forma significativa da solução analítica, porém ainda não se aproxima completamente da mesma. Já o método de Euler Melhorado, ele se faz tão eficaz, que através do gráfico não é possível verificar a diferença entre ele e a solução analítica.

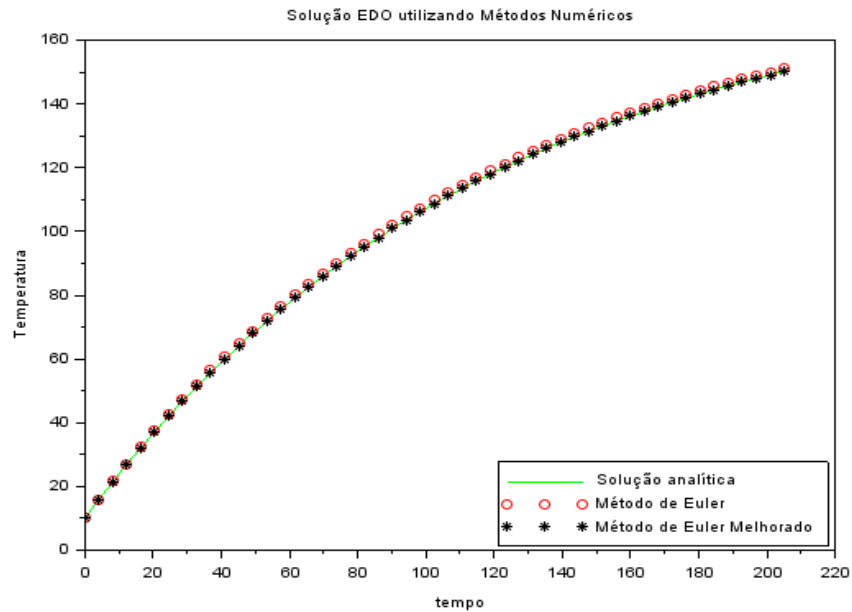


Figura 3. Resultado do problema da solução analítica e numérica com passo ($n=50$) desenvolvido pela autora (2017).

Na Figura 4, pode-se perceber claramente que com um passo menor, a solução numérica atinge seu objetivo, se fazendo eficaz diante da solução analítica, atingindo o valor de 150.10301. O que mostra que quanto menor for o passo escolhido, maior será a precisão a ser encontrada no *software* e consequentemente no método.

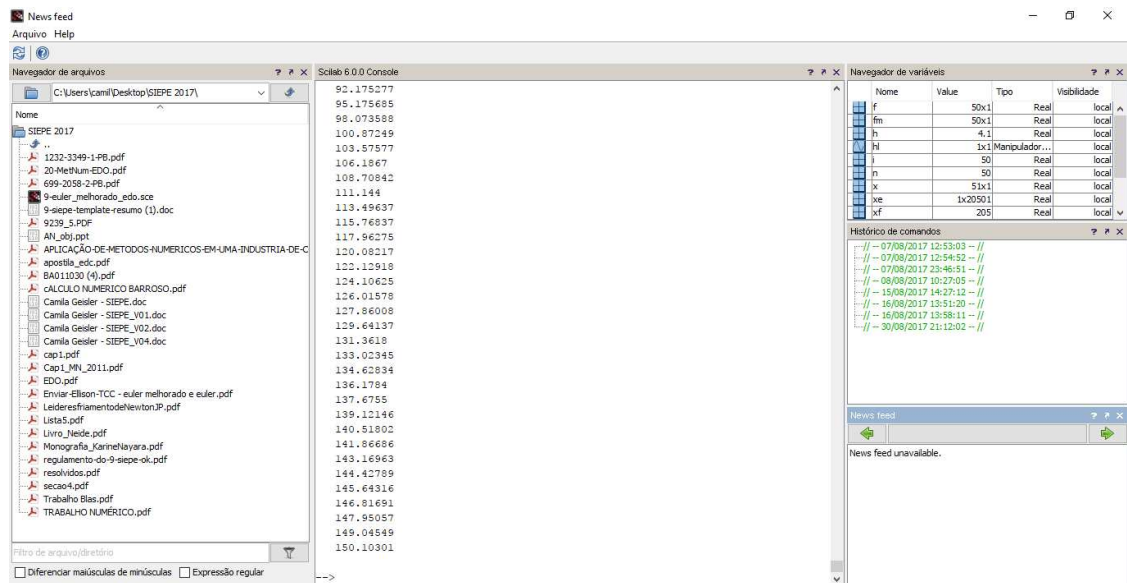


Figura 4. Interface do software Scilab com resultado da solução analítica e numérica com passo ($n=50$) desenvolvido pela autora (2017).

Com este resultado, é possível verificar que de acordo com o método numérico escolhido, ele se faz tão eficaz quanto a solução analítica. O Método de Euler Melhorado se provou ser mais eficiente que o Método de Euler, bem como mais ágil.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O tipo de aplicação utilizada possui solução analítica e numérica, sendo a solução exata dada pela analítica. No entanto, é possível observar nas Figuras 1 e 2, que a numérica chega a uma precisão muito parecida, mesmo com um passo relativamente grande, o que faz com que o mesmo seja tão eficaz quanto a solução analítica de acordo com o problema.

Este tipo de aplicação possibilita um melhor aprendizado dos conteúdos abordados em sala de aula, tanto na disciplina de Equações Diferenciais, quanto na de Cálculo Numérico, pois propicia o aprendizado de linguagens de programação e validação de códigos, permitindo comparar as soluções através do *Software Scilab*, bem como proporciona uma melhor visualização do conteúdo, pois tem uma aplicação prática do que é abordado em sala de aula.

Um dos objetivos da aplicação é proporcionar aos discentes uma visão crítica sobre os tipos de soluções e suas diferentes abordagens, dando-lhes a oportunidade de apresentar e desenvolver trabalhos, na expectativa de uma aprendizagem mais significativa, fazendo com que os mesmos desenvolvam pesquisas e estudos, podendo levar assim para seu cotidiano.

5. REFERÊNCIAS

- SANTOS, R. Álgebra Linear e Aplicações. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2010.
- FILHO, E.; RIBEIRO, L. R. de C. Aprendendo com PBL - aprendizagem baseada em problemas: relato de uma experiência em cursos de engenharia da EESC-USP. Revista Minerva, v. 6, p. 23-30, 2009.
- FRANCO, A. Introdução aos métodos de diferenças finitas e de volumes finitos. Paraná: Universidade Federal do Paraná, 2011.
- FRANCO, A. Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia. Paraná: Universidade Federal do Paraná, 2011, p. 2-9.