MODELO INTEGRÁVEL DE BOSE-HUBBARD DE DOIS MODOS: ANÁLISE SEMICLÁSSICA

Cesar Magno Leite de Oliveira Júnior [1]

Leandro Hayato Ymai [2]

Arlei Prestes Tonel [3]

Resumo:

O modelo integrável de Bose-Hubbard de dois modos possui um importante papel na descrição das propriedades quânticas de um de condensado de Bose-Einstein. Um estudo detalhado desse modelo poderá contribuir para um melhor entendimento dos fenômenos físicos no contexto de átomos ultrafrios. O objetivo deste trabalho é obter um diagrama de parâmetros para identificar as transições abruptas na dinâmica do modelo. A construção desse diagrama foi realizada através de uma aproximação semiclássica e de uma análise geométrica a partir da conservação de energia. Obtivemos os valores críticos dos parâmetros que determinam o regime de interação em que a dinâmica do sistema se encontra livre de uma transição abrupta. Os resultados obtidos apontam para a existência de um comportamento semelhante a transições de fase de primeira e segunda ordem.

Palavras-chave: Bose-Hubbard; Integrabilidade; Transição de fases.

Modalidade de Participação: Pesquisador

MODELO INTEGRÁVEL DE BOSE-HUBBARD DE DOIS MODOS: ANÁLISE SEMICLÁSSICA

[1] Aluno de pós-graduação. cesarmagnojr@gmail.com. Autor principal

[2] Docente. leandro.ymai@unipampa.edu.br. Co-autor

[3] Docente. arlei.tonel@unipampa.edu.br. Co-autor

MODELO INTEGRÁVEL DE BOSE-HUBBARD DE DOIS MODOS: ANÁLISE SEMICLÁSSICA

1. INTRODUÇÃO

Durante a condensação de um gás de bósons, quando o gás é submetido a temperaturas extremamente baixas, uma grande fração de átomos atinge o estado fundamental, devido a um mecanismo de interação puramente quântico relacionado à simetria da função de onda das partículas. Esse estado exótico da matéria foi previsto teoricamente por Albert Einstein em 1924, ao generalizar as ideias de Satyendra Nath Bose sobre o estudo de um gás de fótons para um gás ideal não interagente. O fenômeno ficou conhecido como condensação de Bose-Einstein e foi confirmado experimentalmente em 1995 usando vapor de rubídio ^{87}Rb resfriado à temperatura próxima de zero absoluto (ANDERSON *et al*., 1995).

Graças aos avanços das técnicas experimentais e da capacidade de controle e manipulação de sistemas em escala atômica, as características quânticas de sistemas de condensados de Bose-Einstein, tais como transição de fase quântica entre os regimes superfluido-isolante e o fenômeno de emaranhamento quântico, podem ser investigadas com grande precisão experimental. Essas características indicam que sistemas de condensados de Bose-Einstein possuem potencial para aplicações tecnológicas, especialmente na área em computação quântica, já que em sistemas envolvendo átomos ultrafrios o problema de decoerência quântica é minimizado devido à ausência de flutuações térmicas.

Do ponto de vista teórico, a modelagem matemática para o tratamento e estudo dessas características é de suma importância e poderá trazer importantes contribuições para a compreensão dos fenômenos físicos nesse contexto. Um exemplo de modelo bem-sucedido é o modelo de Bose-Hubbard de dois modos (BHDM), que descreve o tunelamento quântico de um condensado de Bose-Einstein entre dois poços. É o modelo mais simples em número de modos, mas possui estruturas matemáticas suficientes para descrever a transição de fase quântica entre os regimes superfluido-isolante e o fenômeno de emaranhamento quântico (MILBURN *et al*., 1997; PUDLIK *et al*., 2013). Além disso, o modelo BHDM é integrável, no sentido de que ele possui um número suficiente de leis de conservação, o que nos permite resolvê-lo exatamente através do método de espalhamento inverso e do método algébrico do *ansatz* de Bethe (LINKS *et al*., 2003; TONEL *et al*., 2005). Essa integrabilidade dos modelos permite que cálculos numéricos exatos sejam realizados sem levar em conta outros métodos aproximativos, que em geral falham em determinados regimes. Mais recentemente, estudos que exploram a construção de modelos integráveis com mais poços (graus de liberdade), baseados no modelo BHDM, foram propostos (TONEL *et al*., 2015; YMAI *et al*., 2017). No entanto, esses modelos integráveis com graus de liberdade maiores que dois, que necessariamente não seguem a estrutura do modelo de Bose-Hubbard, possuem uma estrutura algébrica escondida de um modelo de dois modos. Portanto, um estudo detalhado do modelo BHDM torna-se extremamente relevante e poderá contribuir para um melhor entendimento dos modelos com um maior número de modos recentemente propostos.

Diante disso, baseado numa aproximação semiclássica, o objetivo primeiro deste trabalho é construir um diagrama de parâmetros que relaciona os

acoplamentos do modelo BHDM e que apontam valores limiares, em torno dos quais a dinâmica clássica do sistema apresenta uma mudança abrupta que normalmente está associada a transições de fase. Usado métodos numéricos, o objetivo segundo deste trabalho é fazer uma verificação dos resultados obtidos através da análise do comportamento da dinâmica clássica em torno dos valores limiares apontados no diagrama de parâmetros.

2. METODOLOGIA

No modelo integrável de Bose-Hubbard de dois modos, a hamiltoniana do sistema depende da energia de interação U dos bósons, do potencial externo μ que mede a influência externa sobre o sistema e da taxa de tunelamento J entre os dois poços, indicados por 1 e 2 (TONEL *et al*., 2005). Para um número N suficientemente grande de bósons, realizamos uma transformação canônica apropriada sobre a hamiltoniana e definimos novos parâmetros adimensionais $\lambda = UN/J$ e $\beta = \mu/J$. Após a transformação, obtivemos uma hamiltoniana clássica em termos da variável canônica z, que mede a distribuição relativa de bósons entre os dois poços. Quanto mais próximo de 1 estiver seu valor, maior é a fração de bósons confinados no poço 1, e quanto mais próximo de -1, maior será a fração de bósons confinados no poço 2. Para a condição inicial $z(0) = 1$, realizamos uma análise geométrica a partir da conservação de energia e obtivemos as condições que indicam uma mudança abrupta na amplitude da variável z. Essas condições podem ser representadas por equações paramétricas para λ e β, o que nos permitiu obter uma curva limiar no diagrama de parâmetros λ versus β. Resolvemos as equações de movimento numericamente em torno de um ponto da curva limiar e verificamos uma mudança abrupta na dinâmica do sistema.

3. RESULTADOS e DISCUSSÃO

A figura 1 (a) mostra o diagrama de parâmetros λ versus β com duas curvas limiares de extremidades localizadas em $\lambda_c \approx \pm 0{,}770$ e $\beta_c \approx \pm 0{,}192$. Os pontos das curvas indicam os valores dos parâmetros λ e β em torno dos quais o sistema apresenta uma mudança abrupta da amplitude da variável z. A reta vertical pontilhada representa o valor limiar $\beta = \beta_l = -0{,}5$, enquanto a reta horizontal tracejada representa o valor limiar $\lambda = \lambda_l \approx 1{,}432$. As figuras 1 (b) e (c) mostram a evolução temporal da variável z em termos da variável adimensional Jt, usando $J = 1$ e $\lambda = \lambda_l$, para os valores $\beta = \beta_l - 0.01$ e $\beta = \beta_l + 0.01$, respectivamente. Claramente, observamos que a amplitude de z, varia de aproximadamente 1,9 para 0,6 com uma pequena variação de 0,02 do parâmetro β. No intervalo $-|\lambda_c| < \lambda < |\lambda_c|$, o sistema não apresenta nenhuma transição abrupta.

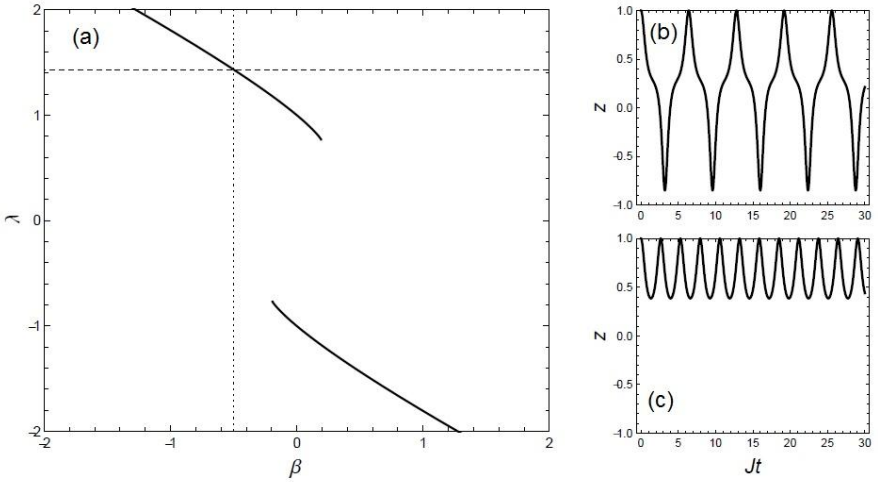


Figura 1. (a) Diagrama de parâmetros λ versus β. (b) Evolução temporal de z para $\beta = \beta_l - 0.01$. (c) Evolução temporal de z para $\beta = \beta_l + 0.01$.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho obtivemos um diagrama de parâmetros para o modelo integrável de Bose-Hubbard de dois modos. O resultado nos permite determinar o regime de interação das partículas em que a dinâmica do sistema é mais sensível a pequenas variações do potencial externo. Além disso, determinamos o regime de interação para os quais a dinâmica do sistema não apresenta nenhuma transição abrupta. Essas características associadas a mudanças súbitas da dinâmica são semelhantes às transições de fase de primeira e segunda ordem observadas em um gás à temperatura finita. Futuramente, pretendemos utilizar os resultados obtidos da aproximação semiclássica para conduzir um estudo da dinâmica quântica para um sistema de dois modos e com um pequeno número de bósons envolvidos, e verificar se o comportamento limiar encontrado em âmbito clássico também se reflete em âmbito quântico.

5. REFERÊNCIAS

ANDERSON, M. H.; ENSHER, J. R.; MATTHEWS, M. R.; WIEMAN, C. E.; CORNELL, E. A. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. Science, v. 269, p.198-201, 1995.

LINKS, J.; ZHOU, H. Q.; MCKENZIE, R. H.; GOULD, M. D. Algebraic Bethe ansatz method for the exact calculation of energy spectra and form factors:applications to models of Bose–Einstein condensates and metallic nanograins. Journal of Physics A: Mathematical and General, v.36, n.19, p.63-104, 2003.

MILBURN, G. J.; CORNEY, J.; WRIGHT, E. M.; WALLS, D. F. Quantum dynamics of an atomic Bose-Einstein condensate in a double-well potential. Physical Review A, v.55, n.6, p.4318-4324, 1997.

PUDLIK, T.; HENNIG, H.; WITTHAUT, D.; CAMPBELL, D. K. Dynamics of entanglement in a dissipative Bose-Hubbard dimer. Physical Review A, v.88, n.6, p.1-11, 2013.

TONEL, A. P.; LINKS, J.; FOERSTER, A. Quantum dynamics of a model for two Josephson-coupled Bose–Einstein condensates. Journal of Physics A: Mathematical and General, v.38, n.6, p.1-11, 2005.

TONEL, A. P.; YMAI, L. H.; FOERSTER, A.; LINKS, J. Integrable model of bosons in a four-well ring with anisotropic tunneling. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, v.48, n.49, p.1-12, 2015.

YMAI, L. H.; TONEL, A. P.; FOERSTER, A.; LINKS, J. Quantum integrable multi-well tunneling models. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, v. 50, n.26, p.1-13, 2017.