

USO DO SOFTWARE MAXIMA NO ENSINO E ENTENDIMENTO DA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Eliseu Nogueira Custódio¹

Everson Jonatha Gomes da Silva²

Leandro Blass³

Anderson Luis Jeske Bihain⁴

Resumo:

O estudo de equações diferenciais é bastante complicado, pois lida com equações que aparentam não ter aplicações, o que leva a falta de interesse por parte do discente em um conteúdo que engloba tantos problemas de movimentos simples em uma dimensão, quanto crescimento populacional com diferentes amortecedores. Para facilitar o estudo e aumentar o interesse dos discentes, o software Maxima será utilizado para o desenho das funções e de campos de vetores nos quais serão explorados os conceitos e significado de solucionar equações diferenciais, e depois que as equações forem resolvidas, serão então traçadas as funções referentes as soluções. Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva. O trabalho pretende apresentar conceitos básicos de equações diferenciais, estudar a família de soluções e problemas de valor inicial utilizando os campos vetoriais gerados pelo software Maxima com uma aplicação. No entanto, o software Maxima tem certas limitações, onde o campo vetorial pode apenas ser desenhado em equações de 1º grau, estabelecendo esta parte do software mais como uma ferramenta introdutória a matéria e entrando em desuso conforme o componente curricular progride para abranger equações de maiores graus. Diferentes pessoas aprendem de diferentes maneiras, então se tornou um dos desafios da área de ensino trazer diferentes métodos e ferramentas de aprendizado para dentro da sala de aula. Uma das dificuldades de aprendizado é a de visualização do processo de solução e das equações que podem ser solucionados com este programa, tornando benéfico a apresentação aos alunos e a utilização em sala de aula.

Palavras-chave: Ensino, Maxima, Equações Diferenciais

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

USO DO SOFTWARE MAXIMA NO ENSINO E ENTENDIMENTO DA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

¹ Aluno de graduação. eliseunogueira41@hotmail.com. Autor principal

² Aluno de graduação. eversonsilva@unipampa.edu.br. Co-autor

³ Docente. leandroblasse@unipampa.edu.br. Orientador

⁴ Docente. andersonbihain@unipampa.edu.br. Co-orientador



USO DO SOFTWARE MAXIMA NO ENSINO E ENTENDIMENTO DA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

1. INTRODUÇÃO

Segundo (KREYSZIG, ERWIN, 2009), equações diferenciais (EDs), são fundamentais na matemática e tem aplicações na engenharia, pois são utilizadas para demonstrar relações e leis físicas.

No entanto o estudo de equações diferenciais é bastante complicado, pois lida com equações que aparentam não ter aplicações, o que leva a falta de interesse por parte do discente em um conteúdo que engloba tantos problemas de movimentos simples em uma dimensão, quanto crescimento populacional com diferentes amortecedores.

De acordo com (HABRE, 2000), apesar de resistência a ideia da utilização do modo gráfico para resolução de EDs, a introdução deste para assistência no estudo da disciplina auxilia o discente na compreensão do conteúdo, justificando a tentativa da utilização de um *software* de gráficos para demonstrações.

O *software* Maxima ira desenhar esses campos, nos quais serão explorados os conceitos e significado de solucionar equações diferenciais, e depois que as equações forem resolvidas, serão então traçadas as funções referentes as soluções.

Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva (FILHO; RIBEIRO, 2009).

O trabalho pretende apresentar conceitos básicos de equações diferenciais, estudar a família de soluções e problemas de valor inicial utilizando os campos vetoriais gerados pelo *software* Maxima com uma aplicação.

2. METODOLOGIA

Iniciaremos a parte teórica deste trabalho comentando sobre o conceito e o uso de campos de vetores, que se utilizam de uma equação de variação, como por exemplo da velocidade, para prever o comportamento de outra função, posição, que são demonstrados por pequenos vetores distribuídos pelo plano em questão, que demonstram a tendência de comportamento da função. Com esse conhecimento passamos a parte seguinte de resolver a equação diferencial pelo método de separação de variáveis. Com o *software* Maxima será realizada a interpretação gráfica com os campos vetoriais. A equação diferencial utilizado foi:

$$dy = 2xdx \quad (1)$$

A solução da Eq. (1) é:

$$y = x^2 + C \quad (2)$$

Com o conceito do campo vetorial e a resolução da equação em mãos, nota-se o surgimento de uma constante “C” que demonstra que a resposta adquirida até o momento é geral e necessita da escolha de valor específico, pois saber como uma função se comporta no campo sem saber onde a função passa mais precisamente, não é uma solução para problemas aplicados, introduzindo a necessidade do problema de valor inicial (PVI) que entre todas as funções possíveis no sistema limita a escolha de uma específica solução, resolvendo assim o problema proposto.

O comando para plotar o gráfico é o “*plotdf*” que gera o campo vetorial da função escolhida, no qual então pode ser demonstrado à família de soluções para uma equação diferencial específica, com isso é possível uma maior visualização da tendência da equação, dessa forma pode ser explorado o ensino de equações avaliando a solução em um gráfico, o que como objetivo facilitar o aprendizado.

No entanto, o *software* Maxima tem certas limitações, onde o campo vetorial pode apenas ser desenhado em equações de 1º grau, estabelecendo esta parte do *software* mais como uma ferramenta introdutória a matéria e entrando em desuso conforme o componente curricular progride para abranger equações de maiores graus.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o *software* Máxima, a Figura (1) que está representando o campo vetorial da Eq.(2):

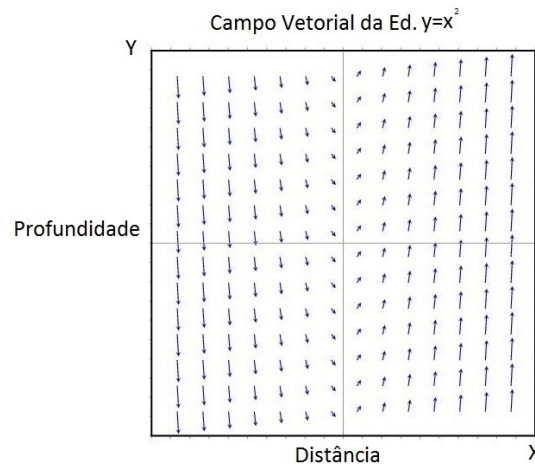
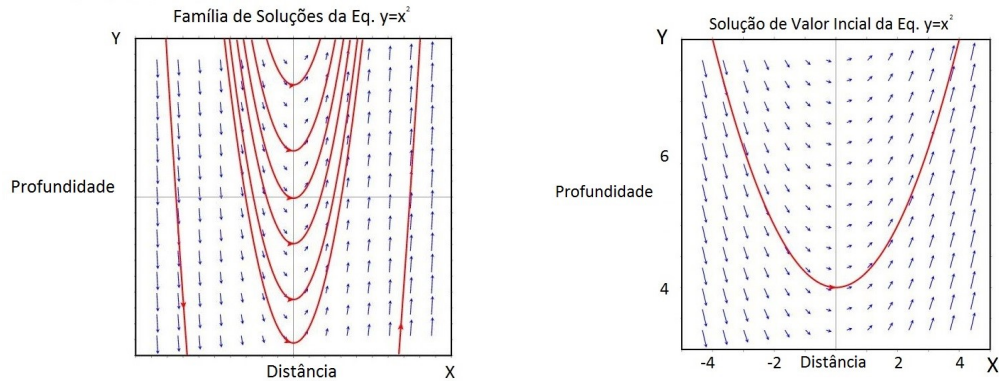


Figura 1 – Campos vetoriais da equação diferencial (fonte, o autor)

Na Figura 2(a) está representada a família de soluções da Eq. (2), que demonstra o comportamento da solução com o campo vetorial que é dado pela própria equação diferencial, neste caso a família de soluções admite qualquer que seja o valor da constante C, para o gráfico 2(b), o valor inicial escolhido foi $y(0)=4$, isolando no gráfico a única função resposta desta equação que passa pelo ponto escolhido e demonstrando assim a resposta para o problema em questão.



(a) Família de soluções (b) Solução do problema de valor inicial
 Figura 2 – Análise da solução de equação diferencial (fonte, o autor)

Então após uma introdução ao conteúdo, uma aplicação sobre a proliferação de bactérias *in vitro*, com fundamento no livro de Goldnstein et al. (2012), alterando os valores para diferenciação do problema.

Em uma colônia de bactérias *in vitro*, de uma bactéria de que tem seu fator de crescimento (k) aproximadamente 1,629 por hora e com uma contagem inicial de 20 bactérias, duas informações sobre o experimento são requisitadas, qual a equação que descreve esse específico experimento e quantas bactérias haverá após 2 horas.

A proliferação de bactérias depende inicialmente da quantidade de bactérias que estão presentes na amostra, onde cada uma tem um tempo para se duplicar, portanto ao longo do tempo o número de bactérias cresce exponencialmente e para estimar o número de bactérias (B) a seguinte equação diferencial é utilizada.

$$\frac{dB}{dt} = 1,629B \quad (3)$$

Depois de resolvida pelo procedimento de separação de equações resulta em:

$$B(t) = B_0 e^{1,629t} \quad (4)$$

Gerado pelo comando "`plotdf(exp(1.629*x))`," a Figura 3 demonstra a família de soluções. Nesse campo de vetores, há a demonstração das tendências de todas as respostas possíveis para a Eq. (4),

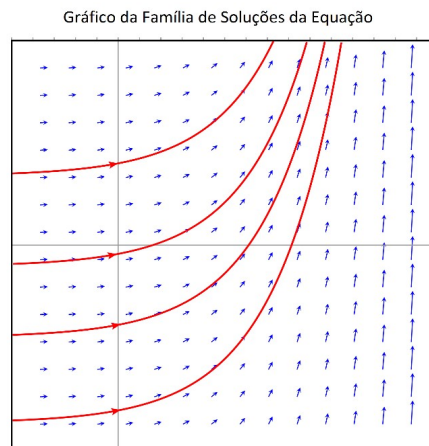


Figura 3 - Família de Soluções (fonte, o autor)

Após reconhecer a tendência das infinitas curvas, é necessário saber qual é a que descreve o problema em questão e para isso a utilização do número inicial de bactérias no sistema indica nossa condição inicial/valor inicial, o que significa que no instante onde $t=0$ a colônia de bactérias necessita estar com 20 indivíduos, e substituindo isso na Eq. (4) resulta em:

$$B(t) = 20e^{1,629t} \quad (5)$$

Sendo a Eq. (5) a equação característica do problema de valor inicial e gráfico correspondente ao problema proposto.

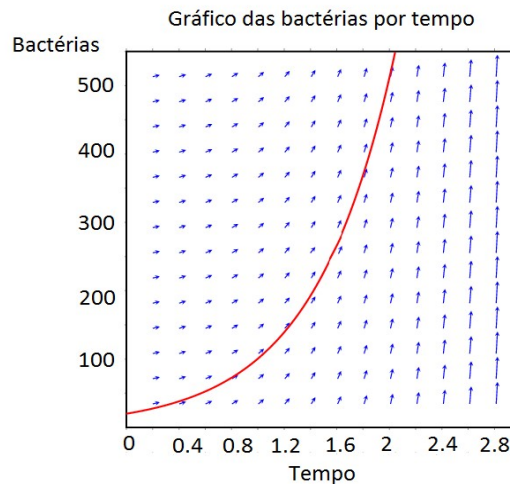


Figura 4 - Gráfico do Problema de PVI

A Figura 4 gerada no *software Maxima* com o código `"plotdf(20*exp(1.629*x), [trajectory_at,0,20],[x,0,3],[y,0,550]);"` onde as duas partes finais do código limitam a área de estudo para a área desejada. Onde, substituindo o valor de 2 horas na equação, resulta no valor de 520 bactérias.

Com essa equação e o gráfico, demonstra-se o lento crescimento inicial e então um rápido crescimento da colônia e uma possível previsão do crescimento das bactérias, podendo assim ser utilizado na previsão de um dos termos que ditam a validade de um alimento, dependendo de como é mantido, assim justificando o valor do conhecimento da propriedade de PVI no estudo de equações diferenciais.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diferentes pessoas aprendem de diferentes maneiras, então se tornou um dos desafios da área de ensino trazer diferentes métodos e ferramentas de aprendizado para dentro da sala de aula. Uma das dificuldades de aprendizado é a de visualização do processo de solução e das equações que podem ser solucionados com este programa, tornando benéfico a apresentação aos alunos e a utilização em sala de aula.

Tendo em vista os conceitos de tendência de movimento, família de soluções e ação do PVI na equação diferencial e demonstra-los nos gráficos, resulta em uma maior facilidade na visualização dos conceitos mencionados, salientando a importância de um *software* para a visualização de equações diferenciais durante o aprendizado do componente curricular.

E com um problema de proliferação de bactérias, situação aplicável para engenharia de alimentos.

Diferindo o processo utilizado por Habre(2000), onde pretendia utilizar o modelo gráfico de resolução, que gerou certa resistência nos alunos, para um método que apenas utiliza os gráficos gerados de forma simples para a visualização e contextualização das respostas geradas pelo processo analítico, facilitando a correção do processo analítico sem o aluno ver a resposta, podendo assim tentar novamente sem a possibilidade do tempo de estudo ser apenas uma confirmação de resposta e sim um teste de conhecimento, ajudando no aprendizado do aluno.

5. REFERÊNCIAS

FILHO, E.; RIBEIRO, L. R. de C. Aprendendo com PBL - aprendizagem baseada em problemas: relato de uma experiência em cursos de engenharia da EESC-USP. Revista Minerva, v. 6, p. 23-30, 2009.

GOLDNSTEIN, Larry G. et al. **Matemática Aplicada: Economia, Administração e Contabilidade**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. 642 p. Claus Ivo Doering.

HABRE, S. **Exploring students' Strategies to Solve Ordinary Differential Equations in Reformed Setting**. International Journal of Mathematical Behaviour, v.34, n. 5, p.651 - 662, Sept/Oct, 2003

KREYSZIG, E. **Matemática Superior para Engenharia**. 2ª ed. LTC, São Paulo, 2009.

SCHELTER, William. **Maxima Software**. Disponível em: <[HTTP://maxima.sourceforge.net/](http://maxima.sourceforge.net/)>. Acesso em: 5 ago. 2017.