

ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ATRAVÉS DE UMA APLICAÇÃO NO RESFRIAMENTO DE CERVEJA

Ana Guimarães Massia¹

Nathalia Dias Imthon²

Thyago Amaral³

Andressa Lima Gonçalves⁴

Leandro Blass⁵

Resumo:

Equações diferenciais são instrumentos matemáticos usados para calcular a evolução de sistemas. O objetivo do modelo da lei de resfriamento de Newton é encontrar a taxa de variação de temperatura com o tempo das grandezas que caracterizam o problema. Resolvendo a equação diferencial (ou sistema de equações diferenciais) que caracterizam determinado processo ou sistema, podem-se extrair informações relevantes sobre os mesmos e, possivelmente, prever o seu comportamento. Neste trabalho para mostrar a aplicação de uma equação diferencial usou-se a equação da lei de resfriamento de Newton. Mostrando que a taxa da perda de calor de um corpo é proporcional à diferença de temperatura do corpo com o ambiente ao redor e essa taxa é em função do tempo (SIAS, 2005). Portanto, concluímos com as equações da lei de resfriamento de Newton, que a mesma pode ser aplicada para o resfriamento de uma cerveja. Podemos concluir também que, quanto mais quente estiver a cerveja antes de ser colocada no refrigerador mais tempo leva para chegar à temperatura desejada.

Palavras-chave: equações diferenciais, resfriamento

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ATRAVÉS DE UMA APLICAÇÃO NO RESFRIAMENTO DE CERVEJA

¹ Aluno de graduação. anagmassia@gmail.com. Autor principal

² Aluno de graduação. nathimthon@gmail.com. Co-autor

³ Aluno de graduação. thyagoamaralsantiagoo@gmail.com. Co-autor

⁴ Aluno de graduação. golcalves.andressalima@gmail.com. Co-autor

⁵ Docente. leandroblass@unipampa.edu.br. Orientador



ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ATRAVÉS DE UMA APLICAÇÃO NO RESFRIAMENTO DE CERVEJA

1. INTRODUÇÃO

Equações diferenciais são instrumentos matemáticos usados para calcular a evolução de sistemas. O objetivo do modelo da lei de resfriamento de Newton é encontrar a taxa de variação de temperatura com o tempo das grandezas que caracterizam o problema. Esta lei mostra que a taxa da perda de calor de um corpo é proporcional à diferença de temperatura do corpo com o ambiente ao redor e essa taxa é em função do tempo (SIAS, 2005).

Assim como o objetivo do modelo de reator químico, é definir a variável de vazão por concentração. Temos como reatores químicos equipamentos que realizam reações em escala industrial para transformação de matéria prima em produtos, fazendo com que determinadas espécies moleculares sejam transformadas em outras espécies moleculares (BRANCO 2011).

Resolvendo a equação diferencial (ou sistema de equações diferenciais) que caracterizam determinado processo ou sistema, podem-se extrair informações relevantes sobre os mesmos e, possivelmente, prever o seu comportamento. Sabe-se que um grupo de equações diferenciais oferece, geralmente, uma explicação parecida e reduzida do processo real. Por isso tais equações são elementos poderosos para se gerar o comportamento total de vários tipos de sistemas (RANGEL, 2013).

A modelagem desta equação matemática recai numa equação diferencial ordinária que foi estudada e analisada com dados fictícios.

$$\frac{dT}{dt} = -k (T - T_a) \quad (1)$$

onde T é a temperatura, t é o tempo, k é o coeficiente de resfriamento e T_a a temperatura ambiente.

O problema a ser resolvido será: A temperatura de uma lata de cerveja obedece à lei de Newton do resfriamento. Se a cerveja está à temperatura 20°C e é levada ao refrigerador que está a uma temperatura interna de -2°C e em 10 minutos a temperatura da cerveja cai para 17°C . Em quanto tempo a temperatura da cerveja chega a 0°C .

Esse tipo de problema é importante na trajetória acadêmica dos discentes pelo fato de fazê-los pensar em um problema real e resolver algo relacionado à sua área de conhecimento.

Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva (FILHO; RIBEIRO, 2009).

2. METODOLOGIA

Neste trabalho para mostrar a aplicação de uma equação diferencial usou-se a equação da lei de resfriamento de Newton. Mostrando que a taxa da perda de calor de um corpo é proporcional à diferença de temperatura do corpo com o ambiente ao redor e essa taxa é em função do tempo (SIAS, 2005).

Três condições devem ser levadas em conta para a aplicação da lei, a primeira delas é que a temperatura T do corpo é a mesma em toda sua extensão. A segunda condição é que a temperatura ambiente deve ser constante e a última que a taxa de variação em relação ao tempo é proporcional à diferença da temperatura do corpo com relação ao ambiente. Como a equação que define o comportamento do resfriamento é a Eq. (1), primeiro foram retiradas as condições iniciais do problema:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -k (T - T_a) \\ \begin{cases} T_a = -2, \\ T(0) = 20, \\ T(10) = 17 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Aplicando o método de separação de variáveis no Eq.(1) tem-se:

$$T(t) = Ce^{-kt} + T_a \quad (3)$$

Dessa forma, o segundo passo é encontrar as constantes C e k usando das condições iniciais da Eq. (2):

$$T(t) = 22e^{-0,01466t} - 2 \quad (4)$$

A Eq. (4) é a função da temperatura no tempo, solução da equação diferencial Eq. (1), atribuído valores ao tempo temos como resolver nosso problema.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo da equação baseado em Newton, no entanto, oferece uma limitação segundo PAROLIN (2006). Como descrito pelo autor, em um tempo maior de permanência da cerveja no refrigerador a mesma tende a chegar a uma temperatura igual ou muito próxima a do ambiente em situações reais. Portanto, a equação de Newton do resfriamento oferece essa limitação, tendo em vista que é uma equação exponencial e o gráfico não atinge o eixo das coordenadas. Para que se obtenha a cerveja na temperatura ideal de consumo é necessário que o refrigerador se encontre em uma temperatura menor que essa. Assim, a cerveja atingirá a temperatura ideal em um tempo satisfatório.

De acordo com o gráfico obtido pelo Excel, percebe-se que o comportamento dos dados foi satisfatório. A temperatura da cerveja fora diminuindo ao longo do tempo, tendo isso determinado pelo valor da constante k . A Figura 1 representa os dados de resfriamento

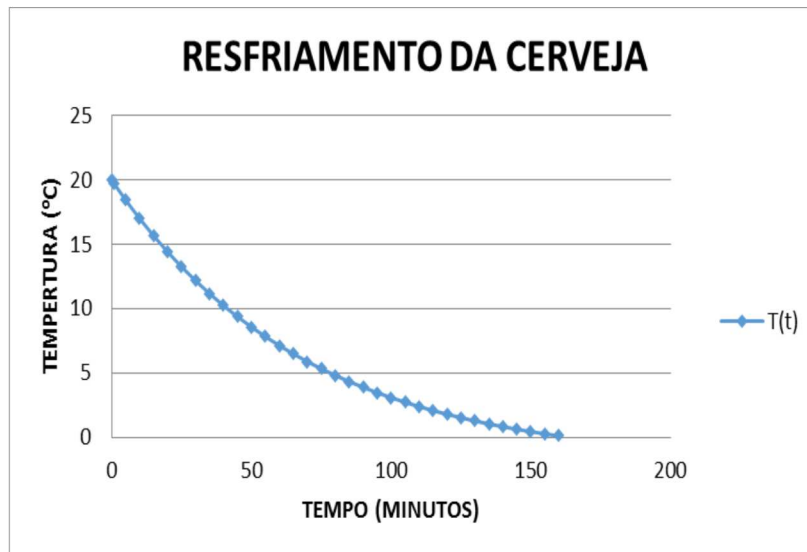


Figura 1- Resfriamento da cerveja em função do tempo
Fonte: Autores, 2017

Como na Figura 1 não fica claro o ponto em que a temperatura se aproxima de 0°C , esses dados serão representados na Tabela 1.

Tabela 1: Dados do resfriamento da cerveja da temperatura em função do tempo

tempo (t)	Temperatura (T)
0	20
10	17,00006601
20	14,40920493
30	12,17163531
40	10,2391821
50	8,57023945
60	7,128874877
70	5,884055693
80	4,808980845
90	3,880503887
100	3,078634638
110	2,386108789
120	1,788016205
130	1,271479907
140	0,825378826
150	0,440108373
160	0,107373643
163,5	0,001971517

Como podem ser observados os dados da Tabela 1 e da Figura 1 são verdadeiros, e a solução esta correta, condiz com os dados iniciais do problema. Dessa forma, podemos verificar que aos 163 minutos e 30 segundos a temperatura chega as $0,001971517^{\circ}\text{C}$.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este tipo de trabalho dá outro significado ao ensino da componente curricular de equações diferenciais, nós discentes tivemos o contato com um problema real que temos em nosso cotidiano e podemos então utilizar de conhecimentos da disciplina acompanhados de uma lei para representar esses dados matematicamente.

Outro fator importante do trabalho que pode ser notado é que apresentamos o desenvolvimento dos cálculos passo a passo, tornando uma maneira fácil de entender, também tivemos contato com o Excel para plotar a solução gráfica e fazer a sua análise, percebem-se as dificuldades que os discentes têm na interpretação de gráficos e o trabalho nos possibilitou um melhor entendimento de como o fazes.

Portanto, concluímos com as equações da lei de resfriamento de Newton, que a mesma pode ser aplicada para o resfriamento de uma cerveja. Como se pode observar no primeiro gráfico a cerveja chega a uma temperatura $0,001971517^{\circ}\text{C}$ graus Celsius em 163,5 minutos. Podemos concluir também que, quanto mais quente estiver a cerveja antes de ser colocada no refrigerador mais tempo leva para chegar à temperatura desejada. Deste modo, mesmo com a limitação oferecida pela equação como citado anteriormente notou-se eficiência no emprego da mesma para a situação proposta.

5. REFERÊNCIAS

FILHO, E; RIBEIRO, L. Rua de C. Aprendendo com PBL - aprendizagem baseada em.

problemas: relato de uma experiência em cursos de engenharia da EESC-USP.

Revista Minerva, v. 6, p. 23-30, 2009.

LIMA, Cristiane Petry. Aula de EDO – Lei de Resfriamento de Newton. Publicada em 23 de junho de 2014. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/cristianepetrylima/aula-de-edo-lei-do-resfriamento-de-newton>>. Acesso em: 11 de novembro de 2016.

PAROLIN, Radael de Souza. Resfriamento da cerveja. UNIJUI - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Curso de Licenciatura em Matemática. Publicado em outubro de 2006. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/modelagem/cerveja_modelo/cerveja.html>. Acesso em: 11 de novembro de 2016.

RANGEL, L. O uso de equações diferenciais na modelagem de sistemas naturais e outros. Disponível em: http://bdm.unb.br/bitstream/10483/4686/1/2013_LucasRangelThomas.pdf. Acesso em 05 de novembro de 2016

SIAS, Denise Borges. Resfriamento de um corpo. Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas – CEFET-RS CINAT – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias Disciplina de Física. Publicado em 2005. Disponível em: <<http://www2.pelotas.ifsul.edu.br/denise/caloretemperatura/resfriamento.pdf>>. Acesso em: 11 de novembro de 2016.