

APLICAÇÃO VOLTADA PARA ENSINO DE MÉTODOS ITERATIVOS: ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DO LUCRO EM CERTA MADEIREIRA

Heitor Bresola¹

Natana Pedroso da Costa²

Patricia Padula Lopes³

Leandro Blass⁴

Resumo:

A componente curricular de Cálculo Numérico (CN) tem como objetivo a proposta de avaliação em forma de seminários, o tema pode ser escolhido pelos discentes, ou seja, problemas matemáticos, de natureza linear ou não linear, que se manifestam naturalmente nas ciências puras e aplicadas e também nas engenharias. O cálculo numérico busca analisar a influência dos erros das aproximações dos métodos iterativos desses problemas e também a implementação computacional dos respectivos métodos. No atual cenário vivido pelas empresas, independente do ramo de atuação, a busca por ferramentas que auxiliam no desenvolvimento e crescimento das organizações tem se tornado constante. Com isso, esse trabalho buscou analisar a função lucro de uma empresa real com base na análise de dados utilizando os métodos iterativos Gauss-Jacobi e Gauss-Seide usado na solução do sistema linear resultante. Os resultados foram comparados com o método de otimização de variáveis Simplex e também com o Software VCN, e ao final desenvolveu-se os métodos iterativos dentro da linguagem de programação Java. Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva (FILHO; RIBEIRO, 2009).

Palavras-chave: cálculo numérico, métodos iterativos

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

APLICAÇÃO VOLTADA PARA ENSINO DE MÉTODOS ITERATIVOS: ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DO LUCRO EM CERTA MADEIREIRA

¹ Aluno de graduação. heitornbresola@gmail.com. Autor principal

² Aluno de graduação. natanapedroso@gmail.com. Co-autor

³ Aluno de graduação. padulalopes@gmail.com. Co-autor

⁴ Docente. leandroblass@unipampa.edu.br. Orientador



APLICAÇÃO VOLTADA PARA ENSINO DE MÉTODOS ITERATIVOS: ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO DO LUCRO EM CERTA MADEIREIRA

1. INTRODUÇÃO

A componente curricular de Cálculo Numérico (CN) tem como objetivo a proposta de avaliação em forma de seminários, o tema pode ser escolhido pelos discentes, ou seja, problemas matemáticos, de natureza linear ou não linear, que se manifestam naturalmente nas ciências puras e aplicadas e também nas engenharias. O cálculo numérico busca analisar a influência dos erros das aproximações dos métodos iterativos desses problemas e também a implementação computacional dos respectivos métodos.

No atual cenário vivido pelas empresas, independente do ramo de atuação, a busca por ferramentas que auxiliam no desenvolvimento e crescimento das organizações tem se tornado constante. Com isso, esse trabalho buscou analisar a função lucro de uma empresa real com base na análise de dados utilizando os métodos iterativos Gauss-Jacobi e Gauss-Seide usado na solução do sistema linear resultante. Os resultados foram comparados com o método de otimização de variáveis Simplex e também com o *Software* VCN, e ao final desenvolveu-se os métodos iterativos dentro da linguagem de programação Java.

Em geral, espera-se que neste tipo de trabalho o discente desenvolva competências baseadas nos conteúdos ou conceitos de determinadas disciplinas, como no caso de Cálculo, quais não sejam contempladas de forma isolada, mas sim, que propiciem uma aprendizagem dinâmica e construtiva (FILHO; RIBEIRO, 2009).

2. METODOLOGIA

Os dados foram coletados a partir de visitas em uma empresa madeireira situada na cidade de Bagé-RS, por meio de entrevistas com o responsável pela administração. A fim de simplificar o problema, optou-se por analisar apenas três produtos fabricados pela empresa, e considerar a função lucro restrita aos produtos selecionados, desconsiderando o total de custos fixos e variáveis, pois o intuito deste trabalho é analisar a aplicabilidade dos métodos iterativos.

Cada produto ocupa um tempo, em horas, em cada uma das etapas, como demonstra a Tabela 1.

Tabela 1 - Horas disponíveis por departamento

Produto	Hora máquina por m ³ Departamento A	Hora máquina por m ³ Departamento B	Hora máquina por m ³ Departamento C
Forro de Pinus	0,33	0,82	0,27
Marco de porta de Cedrinho	0,53	0,38	0,79
Rodapé de Cumarú	0,88	0,42	0,48
Hora máquina disponível no mês	126	105,3	117,6

Também foram coletados os valores de preço de venda e dos custos e despesas variáveis de cada produto, como mostra Tabela 2. Assim é possível identificar o lucro de cada produto e a partir dos resultados que serão obtidos no VCN.

Tabela 2 - Preço de venda e custos dos produtos

Produto	Preço de venda	Custos e Despesa Variáveis
Forro de Pinos	514,80	400,00
Marco de Porta de Cedrinho	2650,00	2000,00
Rodapé de Cumarú	3640,00	2800,00

Com isso, temos que a função lucratividade que é resultante da diferença entre o preço de venda e os custos multiplicados por P1, P2 e P3 que respectivamente são o tempo em horas em que cada departamento tem disponível no mês:

$$Y = 114,4 P1 + 650 P2 + 640 P3 \quad (1)$$

3. RESULTADOS e DISCUSSÃO

A partir dos dados coletados, foi construída a matriz a fim de aplicar os métodos iterativos no *software* VCN, resultando na Eq. 2.

$$\begin{bmatrix} 0,33 & 0,53 & 0,88 \\ 0,82 & 0,38 & 0,42 \\ 0,27 & 0,79 & 0,48 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P2 \\ P1 \\ P3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 117,6 \\ 105,3 \\ 126 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Analizando o estudo da convergência, foi necessário fazer as trocas da linha um pela linha três e da coluna dois pela coluna um, resultando na seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 0,79 & 0,27 & 0,48 \\ 0,38 & 0,82 & 0,42 \\ 0,53 & 0,33 & 0,88 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P2 \\ P1 \\ P3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 117,6 \\ 105,3 \\ 126 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Inserindo os dados obtidos da matriz no programa VCN, temos os resultados mostrados na Tabela 3 e Tabela 4.

Tabela 3 - Método Gauss-Jacobi aplicado no VCN

Tolerância	Nº de Iterações	Forro de Pinus (P1)	Marco de porta de Cedrinho (P2)	Rodapé de Cumarú (P3)
0.1	216 Iterações	51,177955	88,316674	70,704456
0.01	285 Iterações	51,230099	88,368740	70,757465
0.001	353 Iterações	51,226716	88,364539	70,753187

Tabela 4 - Método Gauss-Seidel aplicado no VCN

Tolerância	Nº de Iterações	Forro de Pinus (P1)	Marco de porta de Cedrinho (P2)	Rodapé de Cumarú (P3)
0.1	8 Iterações	51,241525	88,353043	70,753617
0.01	10 Iterações	51,225975	88,361666	70,754255
0.001	12 Iterações	51,226023	88,363804	70,752950

Pode-se observar que o método Gauss-Seidel obteve-se os resultados com um número de iterações significativamente inferior ao método Jacobi, confirmando o que foi citado na revisão teórica. Para realização dos cálculos da produtividade, considerou-se o arredondamento dos valores das variáveis P1, P2 e P3, logo o lucro será de Y= R\$ 109.238,80 calculado pela Eq.(4).

$$Y = (114,4 \times 52) + (650 \times 89) + (640 \times 71) \quad (4)$$

Otimizando os dados no software VCN pelo método Simplex, temos que:

Variáveis:	X1	X2	X3
Coefficientes:	114,4	650	640
Restrições: Matriz dos Coeficientes			
Restrições:	X1	X2	X3
Linha - 1	0,27	0,79	0,48
Linha - 2	0,82	0,38	0,42
Linha - 3	0,33	0,53	0,88
Sinal			
Sinal:	≤	≥	≤
1)	≤		
2)	≤		
3)	≤		
Termos Independentes:			
Termo:	Valor:		
1)	117,6		
2)	105,3		
3)	126		
Resultado: Solução final foi encontrada.			
Variável:	Valor Ótimo:	Custo Reduzido:	
X1	0	173,131780435571688	
X2	97,5680580762250454	0	
X3	84,4192377495462795	0	
Valor Objetivo:	117447,549909255898		
Linhas			
Linha:	Folga ou Excesso:	Preço Dual:	
0)	117447,549909255898	1	
1)	0	528,130671506352087	
2)	32,7680580762250454	0	
3)	0	439,201451905626134	
Execução Passo a Passo			
☒ Constrói o Quadro Simplex			
Terminado (FIM).			
Iteração: 4			
Calcular			
Novo			
Sair			
Reinicia			

Figura 1. Otimização dos dados pelo método Simplex no VCN.

Neste caso o Lucro aproximado pelo método Simplex é de Y = R\$ 118.100,00 calculado pela Eq. (5).

$$Y = (114,4 \times 0) + (650 \times 98) + (640 \times 85) \quad (5)$$

É possível observar que no método de otimização disponível no VCN, foi descartado a produção do produto P1, resultando em um lucro maior, porém a fábrica ficará sem a produção de Forros de Pinus, o que pode acarretar na perda de clientes.

Utilizando a plataforma NetBeans desenvolveu-se em linguagem Java os métodos Gauss-Seidel e Gauss-jacobi, afim de comparar com os resultados obtidos.

As figuras 2, 3 e 4 ilustram como se desenvolveu os métodos na linguagem Java.

```
//Começa o Método
if(band==n){ //Quando band chegou no n° incógnitas estipulado, entra aqui
    siga=n-1; // siga = n - 1, suponha que n seja igual a 3, então siga = 2
    int iter=0; // variável iter é declarada com 0;
    while(siga!=n && iter<miter){ // while é enquanto, então enquanto siga for diferente de 2 (&& <- isso aqui é um e lógico)
        // e iter < miter (miter é o n° de iterações que foi estipulado)
        iter=iter+1; // iter é incrementado
        for(i=0;i<n;i++){ //linha
            l=0; //declara l=0
            for(j=0;j<n;j++){ //coluna
                if(i==j){ // se i=j (ou seja os índices são iguais)
                    l=l+r[i]/m[i][j]; // supondo que n= 3, então na primeira vez que entrar no for, i=1 e j=1
                }
            }
        }
    }
    else{ //então
        //chama o l recursivamente
        l=l-((m[i][j]*x[j])/m[i][i]); //calcula o que vai dentro do somatório da fórmula do jacobi que é bi - somatório que vai de j= 1 até n de ai j * xj
    }
    s[i]=l; // faz com que o "somatório" vá até "n"
}
```

Figura 2. Método Gauss-Jacobi em linguagem Java.

```
//Começa o Método
if(band==n){ //Quando band chegou no n° incógnitas estipulado, entra aqui
    siga=n-1; // siga = n - 1, suponha que n seja igual a 3, então siga = 2
    int iter=0; // variável iter é declarada com 0;
    while(siga!=n && iter<miter){ // while é enquanto, então enquanto siga for diferente de 2 (&& <- isso aqui é um e lógico)
        //e iter < miter (miter é o n° de iterações que foi estipulado)
        iter=iter+1; // iter é incrementado
        for(i=0;i<n;i++){ //linha
            l=0; //declara l=0
            for(j=0;j<n;j++){ //coluna
                if(i==j){ // se i=j (ou seja os índices são iguais)
                    l=l+r[i]/m[i][j]; // supondo que n= 3, então na primeira vez que entrar no for, i=1 e j=1
                }
            }
        }
    }
    else{ //então
        //chama o l recursivamente
        l=l-((m[i][j]*x[j])/m[i][i]); //quando entrar de novo no for o i=2 e o j=2 então, vai entrar na parte do somatório do k+1
    }
    x[i]=l; //vai incrementando, atualizando i
}
```

Figura 3. Método GaussSeidel em linguagem Java.

```
for(i=0;i<n;i++){
    error[i]=Math.abs((x[i]-y[i])/x[i])*100;y[i]=x[i]; //Calcula o erro (Math.abs é para colocar o módulo)
}

siga=0;
for(i=0;i<n;i++){
    if(error[i]<tol){ //testa até chegar no parâmetro do erro que foi estabelecido
        siga=siga+1; //se ainda não chegou, "siga" testando...
    }
}

h=0;
for(i=0;i<n;i++){
    h=h+1; //vai incrementar até poder chegar no valor de cada incógnita
    JOptionPane.showMessageDialog(null,"O valor aproximado da incógnita x"+h+" é "+x[i]); //Aproximação para solução
}

JOptionPane.showMessageDialog(null,"O número total de interações foi de"+iter); //imprime o n° total de interações
}

else {
    JOptionPane.showMessageDialog(null,"Não é possível solucionar por este método, a matriz não contém a diagonal dominante");
    //caso a diagonal dominante que foi testada no início, não for dominante, não será possível resolver por este método
}
}
```

Figura 4. Método GaussSeidel em linguagem Java.

Os resultados obtidos foram similares aos encontrados no *software* VCN, a diferença deu-se pelos números de casa decimais considerados por cada *software*, sendo assim o VCN acabou sendo mais preciso e precisando de um número maior de iterações. Levando em conta a utilização apenas dos números inteiros ambos chegaram ao mesmo resultado para a equação de lucratividade.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da realização de aplicações dentro da área de Engenharia de Produção, validou-se a importância da utilização de métodos numéricos e softwares para o auxílio de problemas encontrados no cotidiano de organizações. Observou-se que o método Gauss-Seidel foi mais eficiente, pois alcançou os resultados com menos iterações que o método Jacobi. Outra análise é que os métodos Jacobi e Gauss-Seidel não descartaram nenhum dos produtos, onde foi obtido uma aproximação da otimização da função da lucratividade. De maneira diferente, resolvendo por programação linear pelo método Simplex no VCN, o produto forro de pinus não deverá ser produzido, porém é interessante observar que ao eliminar um dos produtos, a empresa ficará restrita quanto à necessidade dos clientes.

Quanto à utilização dos códigos na linguagem Java, foi possível analisar plataforma Netbeans resultou em um número maior de iterações para os dois métodos, concluindo que o Software VCN foi mais preciso, levando em consideração que este programa utiliza 19 casas decimais.

5. REFERÊNCIAS

CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. Métodos numéricos para engenharia. McGraw-Hill, v. 5, p. 252, 2008

FILHO. E.; RIBEIRO, L. R. de C. Aprendendo com PBL – aprendizagem baseada em problemas: relato de uma experiência em cursos de engenharia da EESC-USP. Revista Minerva, v. 6, p. 23-30, 2009.

Java [acesso em 19 maio 2017]. Disponível em: https://www.java.com/pt_BR/about/.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais. Person, v. 2, p. 120, 2006.