

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS PARA PREVER A QUANTIDADE DE CERTO MATERIAL RADIOATIVO

Vinícius Lemos dos Santos¹

Vinicius Lemos dos Santos²

Luana Bonatto³

Karine Machry⁴

Leandro Blass⁵

Resumo:

O cálculo numérico permite se obter solução de problemas, via aplicação de um método numérico, no qual apresenta como solução, um conjunto de números, sendo estes exatos ou aproximados. Com relação aos métodos numéricos, estas são técnicas abordadas em problemas matemáticos, sendo formulados com operações aritméticas. Com o avanço da tecnologia nos dias atuais, o uso de métodos numéricos vem tendo uma influência significativa na resolução de problemas, e tornando-se imprescindível na resolução de problemas que se apresentam complexos e em larga escala. O presente trabalho objetiva com base na explosão ocorrida no dia 26 de abril de 1986, na usina de Chernobyl, na Ucrânia, utilizar os dados do elemento químico Césio, o qual foi liberado em grande escala e, com isso realizar a aplicação do Método Numérico de Euler e Euler Melhorado, apresentando dados reais aproximados da quantia de massa radioativa ainda existente nos dias atuais, considerando o tempo de meia vida do elemento.

Palavras-chave: Cálculo Numérico, Engenharia, Chernobyl, Césio.

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS PARA PREVER A QUANTIDADE DE CERTO MATERIAL RADIOATIVO

¹ Aluno de graduação. vinaolemos@gmail.com. Autor principal

² Aluno de graduação. vinaolemos@gmail.com. Apresentador

³ Aluna de graduação. luanavmartinez@gmail.com. Co-autor

⁴ Aluna de graduação. kah.machry@unipampa.edu.br. Co-autor

⁵ Docente. leandroblass@hotmail.com. Orientador

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS PARA PREVER A QUANTIDADE DE CERTO MATERIAL RADIOATIVO

1 INTRODUÇÃO

Conforme José (2006), o cálculo numérico é a obtenção da solução de um problema por meio da aplicação de um método numérico, apresentando como solução, um conjunto de números, exatos ou aproximados. Já os métodos numéricos, são técnicas abordadas em problemas matemáticos, formulados com operações aritméticas. No entanto, com os avanços tecnológicos, a utilização de métodos numéricos vem tendo uma influência significativa na resolução de problemas da área de engenharia, aumentando gradativamente nos últimos anos (CHAPRA, 2009). Dessa maneira, observa-se que é imprescindível a utilização de métodos computacionais para a resolução de problemas complexos e em larga escala, principalmente relacionados à engenharia. Torna-se acessível, com o auxílio das ferramentas computacionais, tratar de aplicações do cotidiano por meio da aplicação de métodos numéricos. No dia 26 de abril de 1986, a usina de Chernobyl, na Ucrânia, teve um problema no reator 4 que causou a sua explosão. Suas consequências permanecem e impactam a região até os dias atuais. Com métodos numéricos, é possível obter a quantidade de matéria que se mantém até hoje no local e estimar qual a quantidade para os próximos anos.

Não se sabe ao certo qual a quantidade de matéria emitida, mas é possível fazer uma estimativa para os principais elementos químicos: Césio-137, com um tempo de meia vida de 30 anos; Iodo-131, tempo de meia vida de 8 anos; e Estrôncio-90, tempo de meia vida de 28 anos. Com uma massa inicial emitida estimada de 100 toneladas, foram utilizados métodos computacionais para analisar a quantidade de matéria em 30 anos. Deste ponto de vista, como no ano de 2016 completaram-se 30 anos do maior desastre radioativo da humanidade, o objetivo deste trabalho é utilizar os dados do elemento químico Césio, o qual foi liberado em grande escala. Com isso, realizar a aplicação do Método Numérico de Euler e Euler Melhorado, apresentando dados reais aproximados da quantidade de massa radioativa ainda existente, considerando o tempo de meia vida do elemento.

2 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho foi definida em seis etapas. Descreve-se a seguir, a sequência de execução destas etapas ao longo da pesquisa.

- I. Pesquisa 1: A primeira etapa consiste em uma pesquisa bibliográfica referente aos conceitos de cálculo numérico e métodos numéricos, embasados no tema engenharia.
- II. Pesquisa 2: Já a segunda etapa compete à uma pesquisa sobre o acidente nuclear que ocorreu dia 26 de abril de 1986, na usina nuclear de Chernobyl, no intuito de introduzir o contexto histórico ao meio numérico, utilizando a radiação exalada na explosão como referência. Em meio a esta pesquisa foram coletados os dados utilizados.
- III. Método: Como segunda parte do trabalho e terceira etapa, foi feita uma análise combinando o problema a partir do contexto histórico com o método numérico mais adequado.
- IV. Aplicação: Como quarta etapa ficou a aplicação do método, que é o Método de Euler no problema proposto, bem como a realização da solução analítica do problema.
- V. Algoritmo: Com isso, para finalizar a parte prática, foi implementada a solução algorítmica do Método de Euler e Euler Melhorado em linguagem de programação C.

VI. Análise: Por fim como última etapa, se dá a análise dos resultados obtidos com o método numérico, analítico e computacional.

3 RESULTADOS e DISCUSSÃO

Primeiramente buscou-se o tempo de meia vida de cada elemento, para posteriormente encontrar por meio de cálculos analíticos a massa final dos elementos em função do tempo, por meio da resolução de Equação Diferencial. Sabendo-se que a massa em função do tempo, é a massa do tempo de meia vida, podemos simplificar a equação considerando que o tempo, sendo o de meia vida, $\frac{M_o}{2}$ considere a manipulação da equação 1.

$$M(t) = M_o \times e^{-k.t} = \frac{M_o}{2} = M_o \times e^{-k \times t_{1/2}} = \frac{1}{2} = e^{-k \times t_{1/2}} \quad (1)$$

Aplicando o logaritmo natural, obtém-se a constante de desintegração (k), como apresentado na manipulação algébrica da equação 2.

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(e^{-k \times t_{1/2}}\right) = -0,69314718 = -k \times t_{1/2} = k = \frac{0,69314718}{t_{1/2}} \quad (2)$$

Dessa maneira, é possível encontrar a constante de desintegração (k) de cada elemento apenas substituindo o tempo de meia vida dos mesmos. Segue os cálculos na tabela 1, considerando o tempo de meia vida em anos.

Tabela 1- Constante de desintegração dos elementos químicos.

Césio	Iodo	Estrôncio
$k = \frac{0,69314718}{30}$	$k = \frac{0,69314718}{8}$	$k = \frac{0,69314718}{28}$
$k = 0,023104906$	$k = 0,086643397$	$k = 0,024755256$

Fonte: do autor, 2018.

Resolvendo a equação analítica para os três elementos químicos, obteve-se as seguintes respostas, como apresentado no quadro 2. Considerando a massa inicial (M_o) igual a 100000 kg para os três componentes radioativos.

Tabela 2 - Solução analítica.

Tempo (anos)	Césio	Iodo	Estrôncio
10	79370,05	42044,82	78070,92
20	62996,05	17677,67	60950,68
30	50000	7432,544	47584,76
40	39685,03	3125	37149,86
50	31498,03	1313,901	29003,23
60	25000	552,4272	22643,09
70	19842,51	232,267	17677,67
80	15749,01	97,65625	13801,12
90	12500	41,0594	10774,66
100	9921,257	17,26335	8411,876

Fonte: do autor, 2018.

Considerando a equação da massa inicial, a equação 3, expressa a derivada da mesma, para calcular em cada instante de tempo do elemento Césio, conforme tabela 3.

$$M(t) = 100000 \times e^{-k \times t} = M'(t) = -k \cdot 100000 \times e^{-k \times t} \quad (3)$$

Tabela 3 - Constate de desintegração do Césio.

Tempo (anos)	$M'(t)$	Resultado
0	$M'(0) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 0}$	-2310,4906
10	$M'(10) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 10}$	-1833,8376
20	$M'(20) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 20}$	-1455,5178
30	$M'(30) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 30}$	-1155,2453
40	$M'(40) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 40}$	-916,9188
50	$M'(50) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 50}$	-727,7589
60	$M'(60) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 60}$	-577,6226
70	$M'(70) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 70}$	-458,4594
80	$M'(80) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 80}$	-363,8794
90	$M'(90) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 90}$	-288,8113
100	$M'(100) = -0,023104906 \times 100000 \times e^{-0,023104906 \times 100}$	-229,2297

Fonte: do autor, 2018.

Dessa maneira, torna-se possível aplicar os resultados no cálculo do Método de Euler e Euler Melhorado para seus respectivos anos, de acordo com a tabela 4 e tabela 5.

Tabela 4 - Aplicação do Método de Euler.

Tempo (anos)	Método	Massa (kg)
10	$M(10) = 100000 + (-2310,4906 \times 10)$	76895,09
20	$M(20) = 76895,09 + (-1833,8376 \times 10)$	58556,71
30	$M(30) = 58556,71 + (-1455,5178 \times 10)$	44001,53
40	$M(40) = 44001,53 + (-1155,2453 \times 10)$	32449,07
50	$M(50) = 32449,07 + (-916,9188 \times 10)$	23279,88
60	$M(60) = 23279,88 + (-727,7589 \times 10)$	16002,29
70	$M(70) = 16002,29 + (-577,6226 \times 10)$	10226,06
80	$M(80) = 10226,06 + (-458,4594 \times 10)$	5641,46
90	$M(90) = 5641,46 + (-363,8794 \times 10)$	2002,67
100	$M(100) = 2002,67 + (-288,8113 \times 10)$	-885,44

Fonte: do autor, 2018.

Tabela 5 - Aplicação do Método de Euler Melhorado.

Tempo (anos)	Método	Massa (kg)
10	$M(10) = 100000 + \left(\frac{-2310,4906 - 1833,8376}{2} \times 10\right)$	79278,3590
20	$M(20) = 79278,3590 + \left(\frac{-1833,8376 - 1455,5178}{2} \times 10\right)$	62831,5820
30	$M(30) = 62831,5820 + \left(\frac{-1455,5178 - 1155,2453}{2} \times 10\right)$	49777,7665
40	$M(40) = 49777,7665 + \left(\frac{-1155,2453 - 916,9188}{2} \times 10\right)$	39416,9460
50	$M(50) = 39416,9460 + \left(\frac{-916,9188 - 727,7589}{2} \times 10\right)$	31193,5575
60	$M(60) = 31193,5575 + \left(\frac{-727,7589 - 577,6226}{2} \times 10\right)$	24666,6700
70	$M(70) = 24666,6700 + \left(\frac{-577,6226 - 458,4594}{2} \times 10\right)$	19486,2600
80	$M(80) = 19486,2600 + \left(\frac{-458,4594 - 363,8794}{2} \times 10\right)$	15374,5660
90	$M(90) = 15374,5660 + \left(\frac{-363,8794 - 288,8113}{2} \times 10\right)$	12111,1125
100	$M(100) = 12111,1125 + \left(\frac{-288,8113 - 229,2297}{2} \times 10\right)$	9520,9075

Fonte: do autor, 2018.

O trabalho proposto utilizou o seguinte algoritmo como base de implementação dos Métodos de Euler e Euler Melhorado, sabendo-se que a etapa 4 apresenta variações nos cálculos de acordo com o método aplicado. No algoritmo implementado, primeiramente definiu-se a constante de desintegração L , e após temos a definição das variáveis, sendo elas a massa inicial mi em kg, a massa final mf em kg, os tempos inicial e final definidos como ti e tf respectivamente, em anos, assim como o incremento de tempo, definido como h . Por fim, estabeleceram-se mais dois passos: A preparação para o laço for das variáveis tempo, massa e cálculo do número de iterações, e ainda o cálculo da massa e do tempo.

Os valores obtidos pelo método de Euler e Euler melhorado foram comparados com os valores analíticos. No método de Euler, à medida que o tempo passa o valor diverge muito do valor analítico, isso se deve ao valor do intervalo h utilizado. Quanto maior o intervalo h da derivada, mais informação é perdida. Para que não se perca informações sobre o problema, deve-se diminuir o valor do intervalo ao máximo a fim de obter resultados mais próximos ao valor real. O método de Euler melhorado usa-se a média aritmética entre as derivadas do valor anterior e do calculado que deixa o valor mais próximo do valor real.

Assim como no método de Euler, Euler melhorado também é utilizado o valor anterior obtido para estimar o próximo. Com isso, a equação 5 indica a equação do erro e a tabela 5 apresenta o erro em relação ao resultado analítico e os métodos:

$$Erro = \frac{X_{i+1} - X_i}{X_{i+1}} \quad (5)$$

Tabela 5 – erro em relação aos resultados analítico e método.

Tempo (anos)	Euler	Euler Melhorado
10	3,11%	0,11%
20	7,04%	0,26%
30	11,99%	0,44%
40	18,23%	0,67%
50	26,09%	0,97%
60	35,99%	1,33%
70	48,46%	1,79%
80	64,18%	2,37%
90	83,98%	3,11%
100	--	4,03%

Fonte: do autor, 2018.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, o método numérico de Euler quando é usado um valor de intervalo h alto, neste caso de dez anos, à medida que o tempo passa o valor diverge muito do valor real. Já no Euler melhorado, o mesmo intervalo de dez anos foi utilizado e os valores obtidos foram consideravelmente melhores em relação ao método de Euler quando comparados ao valor real. No ponto de vista histórico, em cem anos Chernobyl ainda será um local inabitável devido à quantidade de material radioativo presente. Este material radioativo é responsável por mutações genéticas, câncer além de problemas circulatórios e catarata.

REFERÊNCIAS

- CARDOSO, E. Radioatividade. Comissão Nacional de Energia Nuclear-CNEN, 2000.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Métodos numéricos para engenharia. AMGH Editora, 2009.
- JOSÉ, I. S. Métodos Numéricos. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná, 2006 .
- XAVIER, A. M. Marcos da história da radioatividade e tendências atuais. Química Nova, v. 30, n. 1, p. 83, 2007.