AJUSTE DA CURVA QUE MELHOR REPRESENTA E ESTIMATIVA OS DADOS DA POPULAÇÃO BRASILEIRA PARA 2020

Andressa Lima Gonçalves [1]

Wandressa Machado Moro [2]

Leandro Blass [3]

Resumo:

O ajuste de curva do método dos quadrados mínimos é usado quando se tem dados conhecidos e se quer ajustar uma função a estes pontos, de modo que o gráfico passe o mais perto possível dos pontos.Neste trabalho a partir de dados conhecidos da população do Brasil em milhões de habitantes entre os anos 1950 e 2000, com isso o objetivo será demonstrar que é possível encontrar um valor da função utilizando esse método e extrapolar os dados com o menor erro, o trabalho tem como intuito mostrar a utilização do cálculo numérico e seus métodos, aplicando-o em questões do cotidiano.A metodologia consiste em utilizar dois métodos o ajuste linear e o ajuste quadrático afim de comparar qual deles possui o menor erro em relação a reta de ajuste.Com o auxilio do aplicativo Excel, foi criado dois gráficos de dispersão, quanto linear, quanto quadrático, em que nesses gráficos é obtido o valor da função que melhor representa a curva e também o valor do coeficiente de determinação.Através da realização deste trabalho na componente curricular Cálculo Numérico foi possível aplicar os conhecimentos adquiridos em sala de aula em uma aplicação prática, observando assim a importância de realizar trabalhos extraclasses de forma a tornar o aprendizado, de disciplinas difíceis como esta, mais bem aproveitado.

Palavras-chave: Cálculo Numérico, Extrapolação, Métodos Numéricos

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

AJUSTE DA CURVA QUE MELHOR REPRESENTA E ESTIMATIVA OS DADOS DA POPULAÇÃO BRASILEIRA PARA 2020

[1] Aluno de graduação. goncalves.andressalima@gmail.com. Autor principal

[2] Aluno de graduação. wandressa_moro@gmail.com. Co-autor

[3] Docente. leandroblass@hotmail.com. Orientador

AJUSTE DA CURVA QUE MELHOR REPRESENTA E ESTIMATIVA OS DADOS DA POPULAÇÃO BRASILEIRA PARA 2020

1 INTRODUÇÃO

Quando se deseja fazer previsões de alguma situação, não se deve utilizar o método de interpolação, por que ele é usado somente entre os intervalos dados, assim é utilizado o método dos quadrados mínimos (ARENALES, 2010).

O ajuste de curva do método dos quadrados mínimos é usado quando se tem dados conhecidos e se quer ajustar uma função a estes pontos, de modo que o gráfico passe o mais perto possível dos pontos (RUGGIERO,1996).

Com isso é possível realizar extrapolações e ter previsões futuras a partir da função que melhor se ajusta aos dados.

Neste trabalho a partir de dados conhecidos da população do Brasil em milhões de habitantes entre os anos 1950 e 2000, com isso o objetivo será demonstrar que é possível encontrar um valor da função utilizando esse método e extrapolar os dados com o menor erro.

O trabalho tem como intuito mostrar a utilização do cálculo numérico e seus métodos, aplicando-o em questões do cotidiano.

2 METODOLOGIA

O ajuste por mínimos quadrados equivale encontrar a função que melhor se ajusta uma tabela de dados, diminuindo o erro do ajuste (desvio), ou seja, diminuir a soma dos quadrados da diferença entre o valor experimental e o valor calculado.

O erro é representado por:

$$D = \sum_{i=1}^{n} d_i^2, \text{ onde} \quad (1)$$

$$d = y_i - y_c \quad (2)$$

$$y_i = valor\ experimental$$
$$y_c = valor\ calculado$$

Considerando que o melhor ajuste para um conjunto de pontos dados seja uma curva proveniente de função linear, ou seja, de grau um, temos que a função é dada por:

$$y(x) = b + ax \quad (3)$$

Esta é uma reta com coeficiente angular a, e é a função que representa o melhor ajuste.

Para se encontrar os valores de a e b, se utiliza:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

Considerando que o melhor ajuste para um conjunto de pontos dados seja uma curva proveniente de função quadrática, ou seja, de grau dois, temos que a função é dada por:

$$y(x) = c + bx + ax^2 \quad (5)$$

Para se encontrar os valores de a, b e c, se utiliza:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Através dos dados coletados do IBGE da população brasileira, calcula-se qual dos ajustes apresentados acima se enquadra melhor, através do cálculo da soma dos erros e também a estimativa para a população do ano de 2020.

Tabela 1: População brasileira (em milhões).

Ano (x)	**1950**	**1960**	**1970**	**1980**	**1991**	**2000**
População (y)	51,94	70,99	94,5	121,15	146,91	169,5

Fonte: IBGE, 2010.

Para a realização dos cálculos e dos gráficos é usado como variável x (50, 60, 70, 80, 91 e 100) que corresponde aos anos de (1950, 1960, 1970, 1980, 1991 e 2000) respectivamente. Essa nomenclatura é adotada para facilitar a realização dos cálculos, lembrando que quando se é adotado uma nomenclatura, ela deve ser usada até a finalização do cálculo, assim para a estimativa da população de 2020, é usado 120.

Utilizando a equação 4 de um ajuste linear encontra-se a e b:

$$a=2{,}38 \quad \text{e} \quad b=-69{,}8$$

E encontramos a equação 3 que é possível estimar a população para 2020:

$$y= 2{,}38x - 69{,}8$$

$$y= 2{,}38\ (120) - 69.8 = 215{,}8$$

Soma dos desvios:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 = 18{,}84$$

Utilizando a equação 6 de um ajuste quadrático encontra-se a, b e c:

a= 0,0053 , b= 1,59 e c= -41,85

E encontramos a equação 5 que é possível estimar a população para 2020:

$$y = 0{,}0053x^2 + 1{,}59x - 41{,}85$$

$$y = 0{,}0053(120)^2 + 1{,}59(120) - 41{,}85 = 225{,}27$$

Soma dos desvios:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 = 10{,}62$$

3 RESULTADOS e DISCUSSÃO

No ajuste linear se obteve um desvio de 18,84 e uma estimativa da população para 2020 de 215,8 milhões de habitantes e no ajuste quadrático se obteve um desvio de 10,62 e uma estimativa da população de 2020 de 225,7 milhões de habitantes.

Com o auxilio do aplicativo Excel, foi criado dois gráficos de dispersão, quanto linear, quanto quadrático, em que nesses gráficos é obtido o valor da função que melhor representa a curva e também o valor do R^2, que nada mais é que o erro, o R^2 diferente da soma dos desvios, quanto mais ele se aproxima de 1, melhor é o ajuste.

É observado que o ajuste quadrático possui uma boa aproximação, pois obteve uma soma de desvio menor que o ajuste linear e com isso pode-se extrapolar com uma segurança maior de não errar. Conforme o gráfico de dispersão quadrático também é observado essa boa aproximação, pois o R^2 está mais próximo de 1.

Gráfico 1: Ajuste linear obtido pelo diagrama de dispersão.

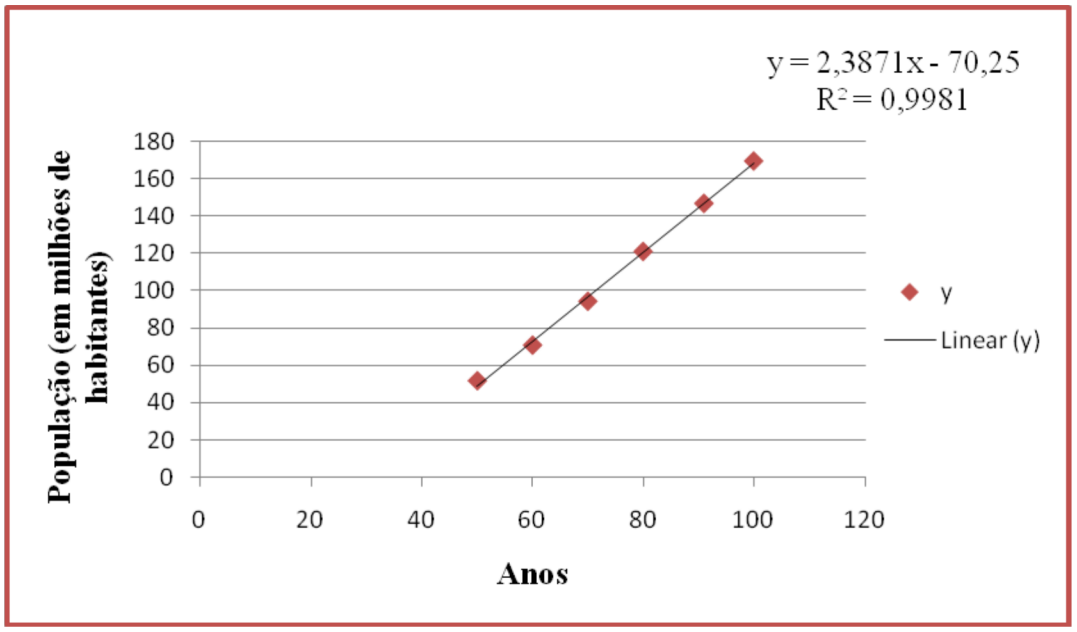
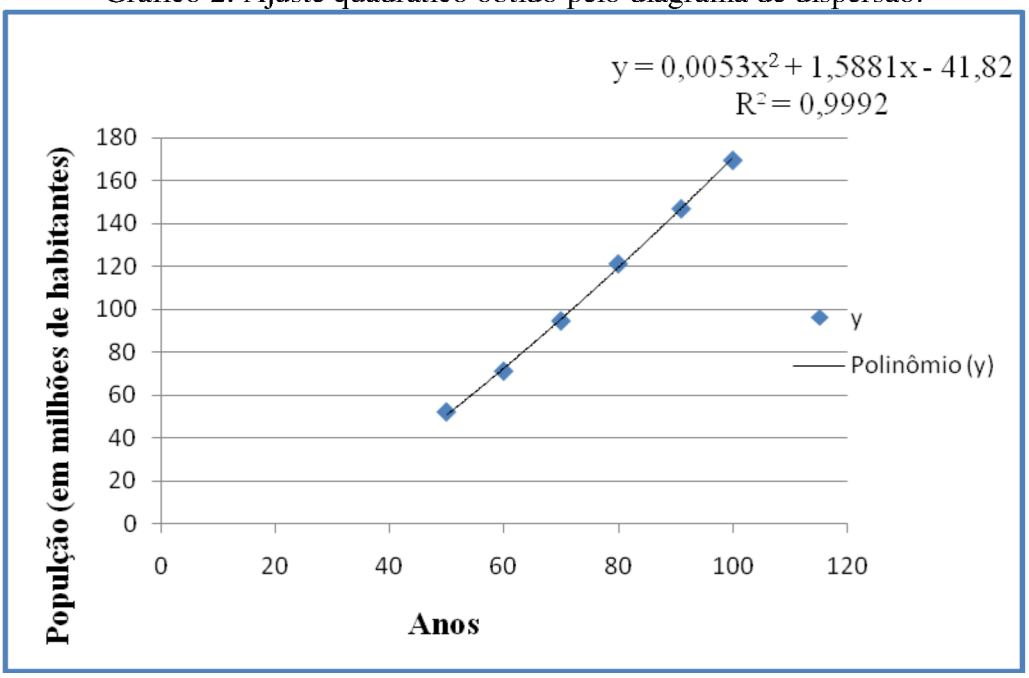


Gráfico 2: Ajuste quadrático obtido pelo diagrama de dispersão.



4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os cálculos realizados, através do método dos mínimos quadrados, é analisado que com esse método é possível extrapolar, realizando previsões futuras, no qual se sabe o quanto se esta errando e qual o ajuste é mais adequado para uma determinada situação, logo o ajuste de dados é usado para minimizar erros e encontrar a melhor curva que passa pelos pontos.

Através da realização deste trabalho na componente curricular Cálculo Numérico foi possível aplicar os conhecimentos adquiridos em sala de aula em uma aplicação prática, observando assim a importância de realizar trabalhos extraclasses de forma a tornar o aprendizado, de disciplinas difíceis como esta, mais bem aproveitado.

Entretanto, este trabalho contribui para o cálculo da previsão da quantidade de habitantes de certa região, como cidade, país, entre outras, além de oferecer ao discente uma melhor compreensão do mesmo.

REFERÊNCIAS

ARENALES, Selma. Cálculo numérico: aprendizagem com apoio de software. Selma Arenales, Artur Darezzo. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. [acesso em 28 de maio de 2018]. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/rendimento-despesa-e-consumo/9662-censo-demografico-2010.html?=&t=series-historicas

RUGGIERO, Márcia A. Gomes. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais. Márcia A. Gomes Ruggiero, Vera Lúcia da Rocha Lopes. 2.ed. São Paulo: Pearson Makron Books,1996.