UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Débora Patricia Fensterseifer Bottura [1]

Edson Rodrigo Schlosser [2]

Resumo:

Este trabalho apresenta um estudo sobre as linhas de transmissão com geometria coaxial. Primeiramente, analisa-se o comportamento circuital de uma linha de transmissão e explora-se o equacionamento matemático que modela esse circuito. Este estudo das linhas de transmissão é visto pela análise minuciosa de um circuito em que se resolvem as equações diferenciais do modelo equivalente, estudam-se o comportamento para diferentes terminações, aplicam-se as condições de contorno na solução da equação diferencial e consideram-se parâmetros resistivo (R), condutivo (G), capacitivo (C) e indutivo (L) de linhas reais. Como objetivo geral, deseja-se desenvolver uma ferramenta numérica baseada na solução deste modelo equivalente a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF). Esta técnica consiste em discretizar o problema e impor condições de contorno adequadas. Por fim, um sistema de equações lineares deve ser resolvido para se determinar a tensão ao longo de uma linha de transmissão arbitrária. A análise dos resultados é realizada de forma gráfica a partir do Software Matlab. Deste modo, este trabalho descreve o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que contém a implementação matemática de linhas de transmissão. Adicionalmente, essa ferramenta numérica é utilizada para se determinar a atenuação dos cabos coaxiais em função do seu comprimento físico, e validada com o uso do Software Txline para diferentes frequências de atenuação.

Palavras-chave: Linha de Transmissão, Ferramenta Computacional, Método dos Elementos Finitos.

Modalidade de Participação: Pesquisador

UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

[1] Aluno de graduação. deborabottura1@gmail.com. Autor principal

[2] Docente. edsonschlosser@unipampa.edu.br. Orientador

UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, tornou-se possível projetar e construir linhas de transmissão (LTs) mais modernas, de diversos tamanhos e para uma imensa gama de aplicações. O tamanho da LT define em boa parte seu uso, para comprimentos menores em circuitos de alta frequência e em quilômetros como meio de transmitir elevada potência entre gerador e consumidores (exemplo, indústrias e unidades residenciais). As linhas de transmissão são condutores com condutividade finita que transportam a energia do transmissor ao receptor. Deste modo, para altas frequências podem ser utilizadas na transmissão de sinais de frequência e na interligação entre os sistemas e a(s) antena(s). Além dessas, existem inúmeras aplicações do equacionamento matemático que descreve o circuito de uma linha de transmissão, sendo algumas delas: transmissão de radiofrequência, circuitos em micro-ondas, acesso local de telefonia, televisão a cabo, telefonia móvel, dentre outras diversas utilidades.

Assim, este trabalho tem como objetivo realizar um estudo do modelo circuital de uma linha de transmissão, caracterizada por um circuito de comprimento arbitrário, subdividido em frações menores (infinitesimal) e descrito como forma de parâmetros distribuídos ao decorrer da seção. Envolve parâmetros capacitivo (C), indutivo (L) e também condutivo (G) e resistivo (R) para considerar as perdas pertencentes a linhas reais.

Diante da finalidade citada, são analisados trabalhos elaborados até então que tratam de técnicas para obtenção de uma característica ponto a ponto, utilizando o software Matlab® para a implementação do Método dos Elementos Finitos (MEF). Além desta, existem outras técnicas que também podem ser utilizadas para resolver o problema numericamente, tais como o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) ou frequência (FDFD).

Deste modo, uma ferramenta numérica baseada na solução do modelo equivalente de uma linha de transmissão a partir dos métodos dos elementos finitos foi desenvolvida, com o intuito de avaliar a queda de tensão ao longo de linhas de transmissão, baseada na solução do problema e validada através da comparação com o resultado teórico. Esta técnica, consiste em discretizar o problema e impor condições de contorno adequadas.

2 METODOLOGIA

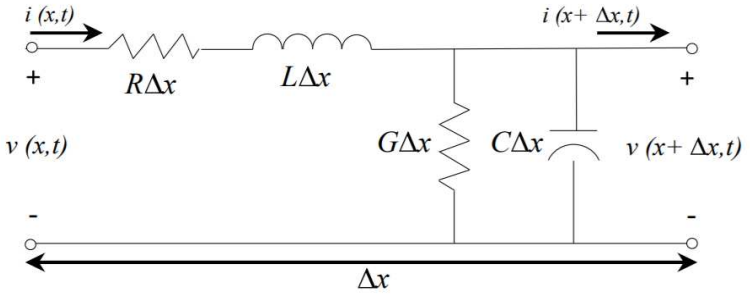
Neste trabalho usou-se a técnica numérica avançada, como apoio teórico referente ao Método dos Elementos Finitos, que consiste em discretizar linhas de transmissão genérica. Vale salientar que estas LTs podem ser de estruturas coaxiais, terminadas em curto circuito, circuito aberto ou com uma carga de impedância qualquer. A proposta é utilizar os parâmetros referente à bibliografia estudada (POZAR, 2005), com o intuito de avaliar a queda de tensão ao longo das linhas de transmissão, baseada na solução do problema com o método dos elementos finitos e validada através da comparação com o resultado teórico.

Assim, a análise é realizada de forma gráfica a partir do software Matlab®. Deste modo, descreve-se o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que contém a implementação matemática de linhas de transmissão. Adicionalmente, esta ferramenta numérica é utilizada para se determinar a atenuação em cabos coaxiais em função do comprimento físico e validada com o uso do software Txline para diferentes frequências de aplicação.

3 RESULTADOS e DISCUSSÃO

As linhas de transmissão utilizadas têm características homogêneas e são longitudinalmente distribuídas. A ideia é ocupar o modelo circuital descrito por uma linha de transmissão com a finalidade de analisar a modelagem matemática que descreve, chegando em um resultado diferencial para o circuito equivalente. Desta forma, calcula-se a solução analítica do circuito que caracteriza uma LT. Observa-se o circuito constituído por um número infinito de seções de uma forma mais adequada. Considera-se a seção como sendo um elemento infinitesimal da linha, com comprimento Δx. A tensão e a corrente v e i, como valores instantâneos, respectivamente, demostrados na Figura 1.

Figura 1 - Circuito equivalente de uma linha de transmissão.



Fonte: do autor, 2018.

Aplicando as leis de Kirchhoff das tensões (LKT) e das correntes (LKC) para o circuito da Figura 1 (ALEXANDER; SADIKU, 2009), onde o limite de que Δx tende a 0 e utilizando as equações no domínio da frequência, chega-se nas equações (1) e (2) para tensão e corrente, respectivamente, ditas lineares homogêneas do caso dois, em que as raízes da função são distintas, de modo que V_o^+ e V_o^- são as amplitudes de tensão (incidente e refletida).

$$V(x) = V_o^+ e^{-\gamma x} + V_o^- e^{\gamma x} \tag{1}$$

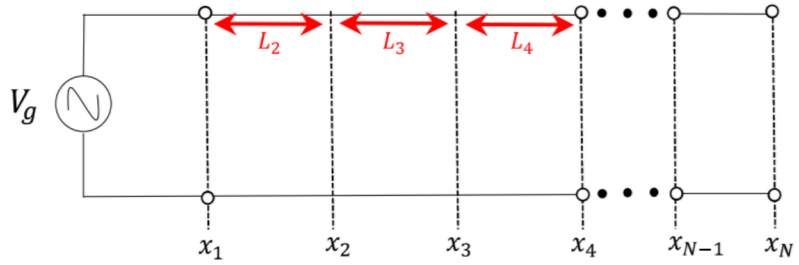
$$I(x) = \frac{V_o^+ e^{-\gamma x} - V_o^- e^{\gamma x}}{Z_o} \tag{2}$$

Para caracterizar a diferença entre linha de transmissão e a teoria circuital leva-se em consideração o tamanho elétrico. A dimensão física de uma rede é muito menor do que o comprimento de onda elétrico, enquanto as LTs são frações consideráveis de comprimento de onda, ou muitos comprimentos de onda, caracterizando, assim, a LT como um parâmetro distribuído de rede. Portanto deve-se considerar a variação da magnitude e fase das tensões e das correntes ao longo do trecho. Com tudo isso, a representação de uma linha de transmissão pode ser feita através de um esquemático como uma linha coaxial, considerando que os parâmetros, resistivo (R), condutivo (G), indutivo (L) e capacitivo (C) sejam modelados por metro e que a indutância em série modela a existência de condutores, a capacitância em paralelo se faz devido a aproximadamente deles, a resistência pela condutividade finita e a condutância pelas perdas dielétricas no material.

Após a solução dos parâmetros do cabo em estrutura coaxial (SCHELKUNOFF, 1934) acontece a modelagem matemática referente ao método dos elementos finitos em formato unidimensional. A base da definição matemática e o desenvolvimento do método de Galerkin são aplicados considerando uma linha de transmissão de comprimento que varia de $-U < x < 0$.

Considerando que este método pode ser discretizado em n partes, a Figura 2 mostra uma linha de transmissão discretizada, mostrando N nós ao longo do intervalo $[-U,0]$.

Figura 2 – Análise da linha de transmissão discretizada pelo método dos elementos finitos.



Fonte: do autor, 2018.

Esta discretização é deduzida considerando um problema unidimensional (TEIXEIRA, 2010), onde tem-se uma equação diferencial aplicada a uma condição de contorno. Leva-se em consideração o problema de Dirichlet em sua forma homogênea, assume-se valores de intervalo *[-U,0]*, pertencente aos reais, limitado e contínuo. Considerando a teoria de Galerkin (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994) e exercendo a definição de produto interno, chega-se a um sistema de equações lineares.

Perante isto, como dito anteriormente, o método dos elementos finitos trabalha com a discretização de um plano ou superfície indiferente da quantidade de dimensões nela contida. Deste modo, a variação aconteça por $j = 2, 3 \ldots N$, demonstrados na equação 3.

$$A_{m,n} = \sum_{j=2}^{N} \left\{ \int_{x_{j-1}}^{x_j} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} \varphi_m dx - \gamma^2 \int_{x_{j-1}}^{x_j} \varphi_n \varphi_m dx \right\} \tag{3}$$

Tem-se então, a Eq. 4, mostrando as condições genéricas para φ_ζ, uma vez que $-U$ corresponde ao maior comprimento da linha ao longo de x e Δ_u uma parcela da linha

$$\varphi_\zeta = \begin{cases} 1 - \left| \dfrac{x - x_\zeta}{\Delta_u} \right|, & |x - x_\zeta| \leqslant \Delta_u \\ 0, \quad caso \quad contrário \end{cases} \tag{4}$$

com ζ sendo m ou n.

Assim, gera-se uma matriz de n linhas por m colunas, considerando a utilização das equações 3 e 4. A fim de compreender melhor o método de Galerkin, pode-se descrever quatro casos básicos descritos abaixo, de modo que m é o elemento pertencente a linha e n o elemento pertencente a coluna, sendo $h = 1$ ou N (número de nós).

Caso 1: $m = n = h$

$$A_{m,n} = -\left[\frac{1}{\Delta_u} + \frac{\gamma^2 \Delta_u}{3} \right] \tag{5}$$

Caso 2: $m = n \neq h$

$$A_{m,n} = -\left[\frac{2}{\Delta_u} + \frac{2\gamma^2 \Delta_u}{3} \right] \tag{6}$$

Caso 3: $|m - n| = 1$

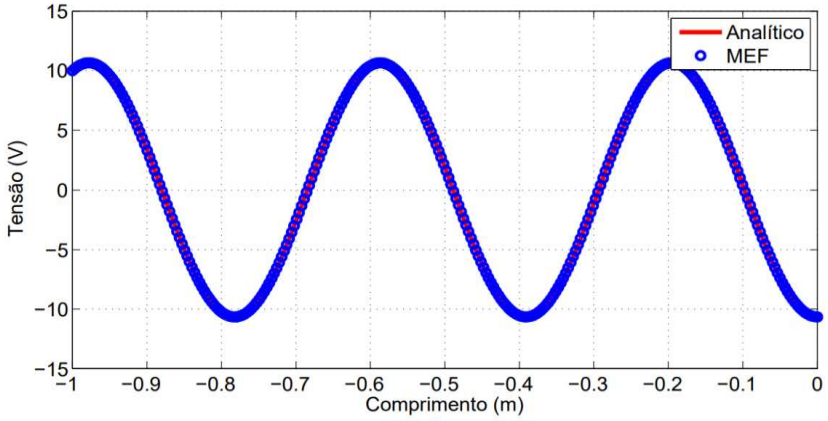
$$A_{m,n} = \left[\frac{1}{\Delta_u} - \frac{\gamma^2 \Delta_u}{6} \right] \tag{7}$$

Caso 4: $|m - n| > 1$

$$A_{m,n} = 0 \tag{8}$$

Analisando as equações anteriores e aplicando a condição de contorno no início da linha de transmissão, diminui-se uma linha e uma coluna da matriz gerada. Após essa aplicação matemática, analisa-se um cabo coaxial RG58 com comprimento de 1 metro. Nesta análise aplica-se uma discretização Δu=0,00125 metro e frequência de 500MHz. Na Fig. 3 pode-se verificar a comparação das respostas analítica e numérica para a onda de tensão ao longo da LT.

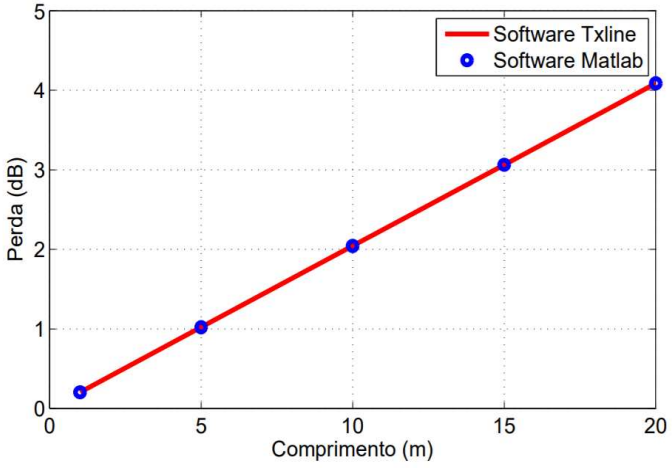
Figura 3 – Parâmetro do cabo coaxial RG58 para U=1 metro, considerando 500MHz.



Fonte: do autor, 2018.

O software TXline é utilizado para validação da atenuação do cabo coaxial estudado em função da variação do seu comprimento físico. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 4, em que verifica-se o crescimento da atenuação à medida que o comprimento aumenta.

Figura 4 – Atenuação de um cabo coaxial RG58 ao longo da linha, para 500MHz.



Fonte: do autor, 2018.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou a execução de um estudo de linhas de transmissão, embarcadas ao fundamento de uma onda TEM com aplicabilidade em cabos coaxiais. Para isso, realizaram-se estudos de outros projetos desenvolvidos até então, com a finalidade de obter ideias e parâmetros de modelagem similares.

Com estas informações em mãos, tendo como base o trabalho desenvolvido por (POZAR, 2005), iniciaram-se os estudos do equacionamento do circuito que descreve uma linha de transmissão, visando aprimorar o conhecimento para aplicabilidade dos parâmetros em cabos coaxiais. Este estudo teve um resultado excelente, já que foi possível verificar a queda de tensão em um ponto qualquer da linha de transmissão, de posse em que o segmento da simplificação matemática que modela o comportamento independe do tipo de terminação da LT, com ou sem perdas. Após a revisão bibliográfica e as modelagens matemáticas de uma linha de transmissão, aconteceu o estudo sobre técnicas numéricas possíveis para a simplificação das equações diferenciais geradas na análise do equacionamento genérico da LT. Sendo assim, a técnica em destaque foi o Método dos Elementos Finitos, que trabalha discretizando em frações menores a solução desta equação, uma vez que facilita os cálculos.

A análise das linhas de transmissão teve como principal ferramenta de uso o software Matlab, para elaboração de códigos que tornam genéricos os cálculos dos parâmetros R, L, G e C, com finalidade de obter a queda de tensão, discretizando ponto a ponto. Desta maneira é possível descobrir a queda de tensão ao longo de qualquer comprimento da LT.

REFERÊNCIA

ALEXANDER, C. K; SADIKU, M. "*Fundamentals of Electric Circuits Transformation*." Vol. 3. New York: McGraw-Hill, 2009. Citado 1 vez na página 2.

BELYTSCHKO, TED, YUN YUN LU and LEI GU."Element-free Galerkin Methods. "*International journal for numerical methods in engineering* , 1994. Citado 1 vez na página 3.

POZAR, DAVID M. "Microwave Engineering 3e." *Tramsmission Lines and Waveguides, p. 1-65, 2005*. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 5.

SCHELKUNOFF, SERGEI A. "The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields." *Bell System Technical Journal* 13.4 (1934): 532-579. Citado 1 vez na página 2.

TEIXEIRA - DIAS, FILIPE, et al. "*Método dos elementos finitos: técnicas de simulação numérica em engenharia*." (2010). Citado 1 vez na página 3.