

O PROCESSO DE EXTRAÇÃO DO ÓLEO DE CUMARU ESTIMADO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Ana Luísa Figueredo Machado ¹

Leandro Blass ²

Resumo:

O fruto de cumaru é composto de 80% de casca lenhosa e 20% de amêndoas (sementes). A semente do cumaru, conhecida como tonka bean, contém até 43% de um óleo amarelo claro, muito aromático. Este trabalho tem como objetivo estudar, comparar e aplicar dois diferentes métodos numéricos para modelar a extração do óleo de cumaru (*Dipteryx odorata*) realizado em uma prensa descontínua. Para isso, foram utilizados os dados obtidos por Camargo (2016) e Figueredo (2017) e aplicado métodos dos mínimos múltiplos quadrados, ajuste exponencial e polinomial, utilizando as equações do tipo $f(x)=e^x$ e $f(x)=a+bx+cx^2$ respectivamente. Com auxílio do software de resolução numérica Scilab fez-se o código para ambos e obteve-se $f(x)=2,1974e^{0.055047x}$ para o ajuste exponencial e $f(x)=0,036 + 0,407x - 0,00201x^2$ para o polinomial. Concluindo-se que os métodos numéricos empregados mostraram-se adequados para o problema proposto, uma vez que ambos os ajustes nos possibilitaram a obtenção de equações que modelam o percentual de óleo bruto extraído da semente de cumaru (*Dipteryx odorata*) em função do tempo, auxiliando na obtenção de valores teóricos de percentual de óleo bruto extraído que fogem dos pontos conhecidos sem a necessidade de realizar experimentos laboratoriais. Porém ao compará-los o ajuste polinomial se mostrou mais preciso devido ao seu erro relativo ser menor que o ajuste exponencial. Sendo assim, acredita-se que aplicar o Cálculo Numérico na resolução de um problema aplicado na área de Engenharia de Alimentos e demonstrar como a utilização dessa ferramenta é importante e pode ser utilizadas para diversos propósitos, mas principalmente para o entendimento e aprendizagem desta.

Palavras-chave: extração de óleo, Cumaru, cálculo numérico, mínimos múltiplos quadrados

Modalidade de Participação: Iniciação Científica

O PROCESSO DE EXTRAÇÃO DO ÓLEO DE CUMARU ESTIMADO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

¹ Aluno de graduação. alfm.unipampa@gmail.com. Autor principal

² Docente. leandroblass@unipampa.edu.br. Orientador

O PROCESSO DE EXTRAÇÃO DO ÓLEO DE CUMARU ESTIMADO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

1 INTRODUÇÃO

O fruto de cumaru é composto de 80% de casca lenhosa e 20% de amêndoas (sementes). A semente do cumaru, conhecida como tonka bean, contém até 43% de um óleo amarelo claro, muito aromático (ALONZO, 2015).

Neste sentido, o projeto em andamento tem como objetivo realizar a extração do óleo da semente de cumaru (*Dipteryx odorata*) através do método de prensagem, analisar as características físico-químicas do óleo e das sementes e obter isolados proteicos a partir das sementes desengorduradas com intuito de poder indicar a utilização desses compostos na formulação de novos produtos alimentícios.

Os óleos das sementes de vegetais podem ser obtidos por diferentes métodos de extração, tais como via solvente e prensagem. A extração por prensagem baseia-se na separação física do óleo da semente pela aplicação de forças de compressão, onde a alta qualidade dos compostos obtidos é uma das razões pelas quais este método é tradicionalmente utilizado (BRENNAN et al., 1990). No entanto, a prensagem tem como desvantagem a retenção do óleo na torta de prensagem, o que ocasiona um baixo rendimento do processo de extração (CARVALHO, 2011; RITTNER, 1996). Dessa maneira, diversos estudos têm sido realizados para melhorar a eficiência da extração por prensagem, no sentido de otimizar as condições e as principais variáveis envolvidas no processo.

Dado o custo e tempo gasto na realização dos experimentos de prensagem, mostra-se interessante encontrar uma forma de simular com auxílio de um *software* de resolução numérica, a quantidade de óleo extraído em função do tempo que uma determinada quantidade de amostra, a certa pressão, é submetida ao processo de prensagem, para redução de tempo e recursos por meio de uma modelagem matemática do problema.

O Cálculo Numérico é uma metodologia para resolver problemas matemáticos por intermédio de um computador, em que, são estudadas técnicas numéricas como: o cálculo aproximado de raízes de equações algébricas e transcendentais, solução de sistemas de equações lineares, cálculo de derivadas e integrais e solução de equações diferenciais. O estudo dessa metodologia visa a resolução de problemas em geral tais como de engenharia, economia, ambientais, biológicos, entre outros, objetivando eficiência e estabilidade, e também, aliar custo com precisão, durante a aplicação em problemas gerais (AMARAL; LEITE; SILVA, 2013).

Vale ressaltar que a aprendizagem destes conteúdos tem se mostrado deficiente e desestimulante para muitos estudantes quando não são utilizadas tecnologias computacionais no apoio ao ensino em sala de aula, mostrando a importância da aplicação de novos métodos didáticos. Com isso, tem-se desenvolvimento de códigos em linguagem Scilab para apoio ao ensino presencial de cálculo numérico, que elevou o grau de interesse dos discentes e melhorou a qualidade de ensino/aprendizagem dos conteúdos de cálculo numérico. (MOTA et al., 2011)

Este trabalho tem como objetivo estudar, comparar e aplicar dois diferentes métodos numéricos para modelar a extração do óleo de cumaru (*Dipteryx odorata*) realizado em uma prensa descontínua.

2 PROBLEMA E METODOLOGIA

Para o estudo e aplicação dos métodos numéricos, foram utilizados os dados obtidos por Camargo (2016) e Figueredo (2017), os quais se encontram na Tabela 1.

Na Tabela 1, encontram-se os valores em porcentagem da quantidade de óleo bruto extraído pelo processo de prensagem em determinados tempos de operação, as variáveis massa da amostra e pressão foram mantidas constantes ao longo dos experimentos.

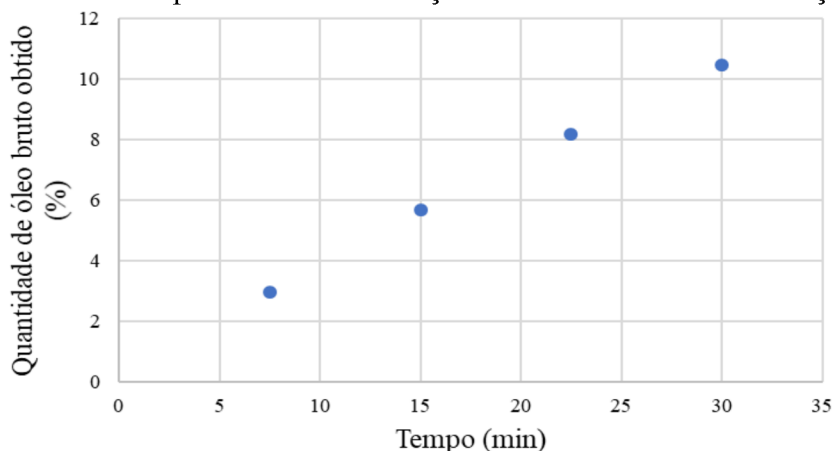
Tabela 1- quantidade de óleo bruto extraído pelo processo de prensagem.

Experimentos	Tempo (min)	Pressão (ton.)	Massa da amostra (g)	Quantidade de óleo bruto obtido (%)
1	7,5	6	60	2,976
2	15	6	60	5,695
3	22,5	6	60	8,178
4	30	6	60	10,445

Fonte: Adaptado de Figueredo, 2017.

A partir dos dados presentes na Tabela 1, tornou-se possível a construção do gráfico abaixo Figura 1.

Figura 1- Gráfico do comportamento da extração de óleo de cumaru em função do tempo.



Fonte: Figueredo, 2017.

A partir da análise do gráfico 1, percebe-se que os dados obtidos por Camargo (2016) e Figueredo (2017) tem um comportamento não linear, ficando mais próximo do comportamento polinomial e exponencial. Assim, é viável a elaboração do ajuste dos resultados experimentais pelos métodos de ajuste exponencial e polinomial, utilizando as equações do tipo $f(x) = \beta e^{\alpha x}$ e $f(x) = a + bx + cx^2$ respectivamente.

No caso do ajuste exponencial será determinado os valores de β e α e para o ajuste polinomial as incógnitas a, b e c . Tem-se a seguir a resolução do ajuste exponencial:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i & n \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ \sum_{i=1}^n \ln y_i \cdot x_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 75 & 4 \\ 1687,5 & 75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,27773 \\ 151,9394 \end{pmatrix}$$

Dessa forma, tem-se:

$$f(x)_{\text{Ajuste exponencial}} = 2,1974e^{0,055047x} \quad (1)$$

E assim, com auxílio do *software* de resolução numérica Scilab fez-se o código para o ajuste exponencial, como mostra a figura a seguir:

Figura 2 – Código para resolução do problema, por meio de ajuste exponencial.

```
2 //Declaração dos valores x //Declaração dos valores Y (ensaio 1)
3 x=[7.5 15 22.5 30]'; y=[2.976 5.695 8.178 10.445]';
4 //Função size: contagem dos elementos de X;
5 n=size(x,1);
6 //Matriz M dos coeficientes
7 M=[sum(x), ... n
8    ... sum(x.^2), ... sum(x)]
9 //Matriz b dos termos independentes
10 b=[sum(log(y))
11    ... sum(x.*log(y))]
12 // "a" para obter vetor solução da matriz
13 a=inv(M)*b; Alfa=a(1); B=a(2); Beta=exp(B);
```

Fonte: do autor, 2018.

Para o ajuste polinomial tem-se:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 & \sum_{i=0}^n x_i^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 75 & 1687,5 \\ 75 & 1687,5 & 42187,5 \\ 1687,5 & 42187,5 & 1120078,125 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27,294 \\ 605,1 \\ 14989,3875 \end{bmatrix}$$

O sistema linear foi resolvido obtendo-se os seguintes resultados:

$$f(x)_{\text{Ajuste polinomial}} = 0,036 + 0,407x - 0,00201x^2 \quad (2)$$

Na Figura 3 está representado o código para o ajuste polinomial:

Figura 3 - Código para resolução do problema, por meio de ajuste polinomial.

```

2 //Definição do conjunto de dados
3 x=[7.5 15 22.5 30]';y=[2.976 5.695 8.178 10.445]';
4 //Função size: contagem dos elementos de X;
5 n=size(x,1);
6 p=2;
7 for i=1:p+1
8     for j=1:p+1
9         M(i,j)=sum(x.^(i+j-2));
10    end
11 end
12 for i=1:p+1
13     b(i)=sum(y.*x.^(i-1));
14 end
15 a=inv(M)*b;

```

Fonte: do autor, 2018.

3 RESULTADOS

Ao aplicar o método de ajuste exponencial nos experimentos 1 ao 4, obteve-se as constantes da equação que descreve a quantidade de óleo bruto extraído em função do tempo, assim foi utilizada a equação 3 para obtenção das concentrações teóricas de óleo bruto extraído em função do tempo, as quais se encontram na Tabela 2. Para isso, substituiu-se o tempo de cada experimento em x e encontrou-se o valor da concentração de óleo bruto extraído.

Tabela 2- Dados teóricos obtidos através do ajuste exponencial para extração do óleo do cumaru.

Tempo (min)	7,5	15	22,5	30
Q(t)	3,3188	5,0169	7,5840	11,4645

Fonte: do autor, 2018.

No caso do ajuste polinomial nos experimentos, ao obter-se as constantes da equação que descreve a quantidade de óleo bruto extraído em função do tempo, utilizou-se a equação 4 para obtenção das concentrações teóricas de óleo bruto extraído em função do tempo, as quais se encontram na tabela 3.

Tabela 3- Dados teóricos obtidos por ajuste polinomial para extração do óleo de cumaru

Tempo (min)	7,5	15	22,5	30
Q(t)	2,9754	5,6887	8,1759	10,437

Fonte: do autor, 2018.

Tabela 4- Erro relativo para os ajustes exponencial e polinomial.

Erro para o Ajuste Exponencial	Erro para o Ajuste Polinomial
0,0808	$0,4661 \times 10^{-3}$

Fonte: do autor, 2018.

4 CONCLUSÃO

A partir dos resultados obtidos, conclui-se que os métodos numéricos empregados mostraram-se adequados para o problema proposto, uma vez que ambos os ajustes nos possibilitaram a obtenção de equações que modelam o percentual de óleo bruto extraído da semente de cumaru (*Dipteryx odorata*) em função do tempo. Porém ao compará-los o ajuste polinomial se mostrou mais preciso devido ao seu erro relativo ser menor que o ajuste exponencial. As equações obtidas têm como objetivo auxiliar na obtenção de valores teóricos de percentual de óleo bruto extraído que fogem dos pontos conhecidos sem a necessidade de realizar experimentos laboratoriais. Diante da solução obtida para o problema proposto, acreditamos ter atingido o objetivo de aplicar o Cálculo Numérico na resolução de um problema aplicado na área de Engenharia de Alimentos e demonstrar como a utilização dessa ferramenta é importante e pode ser utilizadas para diversos propósitos, mas principalmente para o entendimento e aprendizagem desta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONZO, A. L; Aprovechamiento de semillas de *Dipteryx odorata* (Aublet.) Willd. (Shihuahuaco) como producto alimentício. **Apunt. cienc. soc.** p. 266-274, 2015.

AMARAL, Tatiane Reis do; LEITE, Neila M. Gualberto; SILVA, Alan Oliveira da. O ENSINO DE CALCULO NUMÉRICO UTILIZANDO O SCILAB. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. **Anais...** . Canoas: S.i, 2013. p. 1 - 9.

BRENNAN, J. G. et al. **Food engineering operations**. Linton Road, England: Elsevier Applied Science, 1990.

CARVALHO, C. O. **Comparação entre métodos de extração do óleo de *Mauritia flexuosa* L.f. (ARECACEAE - buriti) para o uso sustentável na reserva de desenvolvimento tupé: rendimento e atividade antimicrobiana.** Dissertação (Mestrado em Biotecnologia e Recursos Naturais) Universidade do Estado do Amazonas. Manaus, p. 110. 2011.

MACHADO, Ana Luísa Figueredo; MENESES, Suélen Mena. **APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NA MODELAGEM DO PROCESSO DE EXTRAÇÃO DO ÓLEO DE CUMARU.** 2017- Curso de Engenharia de Alimentos, Universidade Federal do Pampa, Bagé, 2017.

MOTA, Rafael Perazzo Barbosa et al. Código livre Scilab para o ensino de Cálculo Numérico. In: XXII SBIE, XII WIE, 22., 2011, Aracaju. **Anais** . Aracaju: S.i, 2011. p. 600 - 609.

SOUZA, M. J. F. Ajuste de Curvas pelo Método dos Quadrados Mínimos, Notas de aula de Métodos Numéricos. Departamento de Computação/ICEB/UFOP.